V 001

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării

Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $C_3^2+3!$.

5p 2. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $\log_5(3x+4)=2$.

5p 3. Să se calculeze $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$, ştiind că x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2-x-2=0$.

5p 4. Se consideră funcţia $f:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^2$. Să se determine mulţimea valorilor funcţiei f.

5p 5. Fie punctele $A(2,-1)$ şi $B(-1,3)$. Să se determine numerele reale a şi b astfel încât $\overrightarrow{AB}=a\vec{i}+b\vec{j}$.

5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB=4, AC=\sqrt{7}$ şi $BC=\sqrt{3}$. Să se calculeze măsura unghiului B.

① $C_3^2+3!=C_3^1+3!=3+1\cdot2\cdot3=3+6=\underline{9}$

② C.E. $3x+4>0 \Rightarrow x>-\frac{4}{3}$

$\log_5(3x+4)=\log_5 5^2 \Rightarrow 3x+4=25 \Rightarrow 3x=21 \Rightarrow \underline{x=7}$

③ $\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{b}{a}=1 \\ x_1x_2=\frac{c}{a}=-2 \end{cases}$ $\quad \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{1}{-2}=\underline{-\frac{1}{2}}$

④ $a=-1<0 \Rightarrow f$ admite un maxim

$x_{max}=-\frac{b}{2a}=0;\ y_{max}=f(0)=0$

x	0	1
$f(x)$	0 (max) ↘	-1

$f([0,1])=[-1;0]$

⑤ $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A)\vec{i}+(y_B-y_A)\vec{j}$

$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB}=(-1-2)\vec{i}+(3+1)\vec{j}=-3\vec{i}+4\vec{j} \\ \overrightarrow{AB}=a\vec{i}+b\vec{j}\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=4. \end{cases}$

⑥ $\cos B=\frac{BC^2+AB^2-AC^2}{2BC\cdot AB}=\frac{3+16-7}{2\cdot\sqrt{3}\cdot4}=\frac{12}{8\sqrt{3}}=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{2\cdot3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\underline{\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2}}$

V002

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$. Să se determine $f(-4)\cdot f(-3)\cdot\ldots\cdot f(3)\cdot f(4)$.

5p **2.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_2(x+2)+\log_2 x=3$

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi inecuația $x^2-5x+5\le 1$.

5p **4.** Să se demonstreze că pentru orice $x\in\mathbb{R}$ numerele 3^x-1, 3^{x+1} și $5\cdot 3^x+1$ sunt termeni consecutivi într-o progresie aritmetică.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,-8)$ și $B(6,3)$. Să se determine coordonatele vectorului $\overline{OA}+\overline{OB}$.

5p **6.** Să se calculeze aria triunghiului ABC știind că $AC=2$, $m(\sphericalangle BAC)=30°$ și $AB=4$.

(1) $f(3)=3-3=0;\quad f(-4)\cdot f(-3)\cdot\ldots\cdot f(3)\cdot f(4)=0$

(2) C.E. $\begin{cases}x+2>0\\ x>0\end{cases} \Leftrightarrow x>0$ $\quad \log_2[(x+2)\cdot x]=\log_2 2^3 \Rightarrow x(x+2)=2^3$

$x^2+2x-8=0;\quad \Delta=4+32=36$

$x_{1,2}=\dfrac{-2\pm 6}{2}=\begin{cases}x_1=-\frac{8}{2}=-4<0, \text{ nu convine}\\ x_2=\frac{4}{2}=2\end{cases}$ $\quad S: \underline{\underline{x=2}}$

(3) $x^2-5x+4\le 0$

$\Delta=25-16=9;\quad x_{1,2}=\dfrac{5\pm 3}{2}=\begin{cases}x_1=1\\ x_2=4\end{cases}$

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
x^2-5x+4		+	0	−	0	+	

$x\in[1,4]\cap\mathbb{Z}=\underline{\underline{\{1,2,3,4\}}}$

(4) $\div\, a,b,c \Leftrightarrow a+c=2b$

$(3^x-1)+(5\cdot 3^x+1)=3^x-1+5\cdot 3^x+1=6\cdot 3^x=2\cdot 3\cdot 3^x=2\cdot 3^{x+1}$

$(3^x-1)+(5\cdot 3^x+1)=2\cdot 3^{x+1}\Leftrightarrow \div\, 3^x-1;\ 3^{x+1};\ 5\cdot 3^x+1$

(5) $\vec{OA}+\vec{OB}=(x_A\vec{i}+y_A\vec{j})+(x_B\vec{i}+y_B\vec{j})=4\vec{i}-8\vec{j}+6\vec{i}+3\vec{j}=$

$=10\vec{i}-5\vec{j}\Rightarrow \vec{v}(10;-5)$

(6) $A_{\Delta ABC}=\dfrac{AB\cdot AC\cdot \sin(\widehat{BAC})}{2}=\dfrac{4\cdot \cancel{2}\cdot\sin 30°}{\cancel{2}}=4\cdot\dfrac{1}{2}=\underline{\underline{2}}$

V003

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine al zecelea termen al șirului 1, 7, 13, 19, ...

5p 2. Se consideră toate numerele naturale de trei cifre scrise cu elemente din mulțimea $\{1,2\}$. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un astfel de număr, acesta sa fie divizibil cu 3.

5p 3. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\sqrt{2+x}=x$.

5p 4. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$. Să se calculeze $f(-2)+f(-1)+f(0)+f(1)$.

5p 5. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctele $A(2,-1)$ și $B(1,-2)$.

5p 6. Să se calculeze aria triunghiului ABC, știind că $AB=AC=\sqrt{2}$, $m(\sphericalangle A)=30^\circ$.

(1) $\div 1, 7, 13, 19, \ldots \quad a_1=1;\ r=6 \quad a_n=a_1+(n-1)r$

$a_{10}=a_1+9r=1+9\cdot 6=1+54=\underline{\underline{55}}$

(2) 111; 222; 112; 121; 211; 122; 212; 221 – 8 cazuri posibile

111 ⋮ 3 și 222 ⋮ 3   2 cazuri favorabile

$P=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

(3) C.E $2+x\geq 0;\ x\geq -2$

$2+x=x^2;\ x^2-x-2=0;\ \Delta=1+8=9;\ x_{1,2}=\frac{1\pm 3}{2}=\begin{cases}x_1=-1\\ x_2=2\end{cases}$

pt $x=-1$; $\sqrt{2-1}=-1$ fals $\Rightarrow x=-1$ nu convine

pt $x=2$; $\sqrt{2+2}=2$ adev. $\Rightarrow \underline{\underline{x=2}}$ soluție

(4) $f(-2)+f(-1)+f(0)+f(1)=[2(-2)+1]+[2\cdot(-1)+1]+[2\cdot 0+1]+[2\cdot 1+1]=$

$=-4+1-2+1+1+2+1=\underline{\underline{0}}$

(5) $AB: \begin{vmatrix} x & y & 1\\ x_A & y_A & 1\\ x_B & y_B & 1\end{vmatrix}=0 \qquad AB: \begin{vmatrix} x & y & 1\\ 2 & -1 & 1\\ 1 & -2 & 1\end{vmatrix}=0$

$AB: -x+y-4+1+2x-2y=0; \quad AB: \underline{x-y-3=0}$

(6) $A_{\triangle ABC}=\frac{AB\cdot AC\cdot \sin A}{2}=\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot \sin 30^\circ}{2}=\sin 30^\circ=\underline{\underline{\frac{1}{2}}}$

V. 004

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării
Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine soluţiile întregi ale inecuaţiei $(x-1)^2+x-7<0$.

5p 2. Să se calculeze suma primilor 5 termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1=1$ şi $a_2=3$.

5p 3. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=mx^2-8x-3$, unde m este un număr real nenul. Să se determine m ştiind că valoarea maximă a funcţiei f este egală cu 5.

5p 4. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $\log_2(x+2)-\log_2(x-5)=3$.

5p 5. Să se determine numărul real a ştiind că vectorii $\vec{u}=2\vec{i}+a\vec{j}$ şi $\vec{v}=3\vec{i}+(a-2)\vec{j}$ sunt coliniari.

5p 6. Să se calculeze raza cercului circumscris triunghiului ABC, ştiind că $AB=3$ şi $m(\sphericalangle C)=30°$.

① $\begin{cases} x^2-2x+1+x-7<0 \\ x\in\mathbb{Z}\end{cases}$; $\begin{cases} x^2-x-6<0 \\ x\in\mathbb{Z}\end{cases}$ $\Delta=1+24=25$

$x_{1,2}=\frac{1\pm5}{2}=\left< \begin{matrix} x_1=-2 \\ x_2=3\end{matrix}\right.$

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
x^2-x-6		$+$	0	$-$	0	$+$	

$x\in(-2;3)\cap\mathbb{Z}=\{-1,0,1,2\}$

② $a_1=1;\ a_2=3;\ r=3-1=2$ $S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2};\ a_n=a_1+(n-1)r$

$S_5=\frac{5(a_1+a_5)}{2};\ a_5=a_1+4r=1+4\cdot2=1+8=9$

$S_5=\frac{5(1+9)}{2}=\frac{5\cdot10}{2}=\underline{\underline{25}}$

③ $a=m<0$; f admite maxim

$y_{max}=-\frac{\Delta}{4a}=5;\ \Delta=64-4\cdot m\cdot(-3)=64+12m=4(16+3m)$

$-\frac{4(16+3m)}{4m}=5;\ -16-3m=5m;\ 8m=-16;\ \underline{\underline{m=-2}}$

④ C.E. $\begin{cases} x+2>0 \\ x-5>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-2 \\ x>5\end{cases} \Leftrightarrow x>5$ $\log_2\frac{x+2}{x-5}=\log_2 2^3$

$\frac{x+2}{x-5}=8;\ x+2=8x-40;\ -7x=-42 \Rightarrow \underline{\underline{x=6}}$

⑤ $\vec{u}=k\vec{v};\ k\in\mathbb{R};\ 2\vec{i}+a\vec{j}=k\left[3\vec{i}+(a-2)\vec{j}\right] \Leftrightarrow \begin{cases} 3k=2 \\ (a-2)k=a\end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} k=\frac{2}{3} \\ (a-2)\frac{2}{3}=a\end{cases}$ $2a-4=3a;\ \underline{\underline{a=-4}}$

⑥ $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R;\ \frac{3}{\sin30°}=2R;\ \frac{3}{\frac{1}{2}}=2R \Rightarrow$

$\Rightarrow 2R=6 \Rightarrow \underline{\underline{R=3}}$

V 005

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării
Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine numărul elementelor mulţimii $A=\{x\in\mathbb{Z} \mid |x+1|\le 2\}$.

5p 2. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $\{\sqrt[3]{1}, \sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{3},..., \sqrt[3]{30}\}$, acesta să fie număr raţional.

5p 3. Fie funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+3$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=2x-1$. Să se determine soluţia reală a ecuaţiei $2f(x)+3g(x)=-5$.

5p 4. După o reducere cu 20 %, preţul unui produs este 320 de lei. Să se determine preţul produsului înainte de reducere.

5p 5. În reperul cartezian $(O,\vec{i},\vec{j})$ se consideră vectorii $\vec{u}=-3\vec{i}+2\vec{j}$ şi $\vec{v}=5\vec{i}-\vec{j}$. Să se determine coordonatele vectorului $5\vec{u}+3\vec{v}$.

5p 6. Fie triunghiul dreptunghic ABC şi D mijlocul ipotenuzei BC. Să se calculeze lungimea laturii AB, ştiind că $AC=6$ şi $AD=5$.

① $|x+1|\le 2 \iff -2\le x+1\le 2 \iff -3\le x\le 1$

$A=[-3,1]\cap\mathbb{Z}=\{-3,-2,-1,0,1\}$; A are 5 elemente

② 30 cazuri posibile

$\{\sqrt[3]{1};\sqrt[3]{8};\sqrt[3]{27}\}=\{1;2;3\}$ – 3 cazuri favorabile

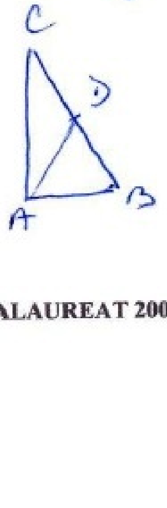
$P=\frac{3}{30}=\frac{1}{10}$

③ $2(x+3)+3(2x-1)=-5$; $2x+6+6x-3=-5$; $8x=-8$; $\underline{x=-1}$

④ $x-\frac{20x}{100}=320$; $x-\frac{x}{5}=320$; $4x=5\cdot 320$; $\underline{x=400 \text{ lei}}$

⑤ $5\vec{u}+3\vec{v}=5(-3\vec{i}+2\vec{j})+3(5\vec{i}-\vec{j})=-15\vec{i}+10\vec{j}+15\vec{i}-3\vec{j}=7\vec{j}$; coordonatele sunt $\underline{(0;7)}$

⑥



$AD=\frac{BC}{2} \Rightarrow BC=2AD$; $BC=10$

$\triangle ABC$; $m(\hat{A})=90^\circ$

$AB^2=BC^2-AC^2=100-36=64$

$\underline{AB=8}$

V-006

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării

Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze a^2+b^2, ştiind că numerele a şi b au suma egală cu 4 şi produsul egal cu 3.

5p 2. Fie funcţiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x+1$ şi $g(x)=x+4$. Să se calculeze coordonatele punctelor de intersecţie a graficelor funcţiilor f şi g.

5p 3. Să se determine valorile reale pozitive ale numărului x, ştiind că $\lg\sqrt{x}$, $\frac{3}{2}$ şi $\lg x$ sunt trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $A=\{\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{4},...,\sqrt{10}\}$, acesta să fie raţional.

5p 5. Să se determine numărul real a, ştiind că dreptele $2x-y+3=0$ şi $ax+2y+5=0$ sunt paralele.

5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB=1$, $AC=2$ şi $BC=\sqrt{5}$. Să se calculeze $\cos B$.

① $\begin{cases} a+b=4 \\ ab=3 \end{cases}$ $\quad a^2+b^2=(a+b)^2-2ab = 4^2-2\cdot 3=16-6=10$

② $\begin{cases} f(x)=y \\ g(x)=y \end{cases}$ $\quad x^2-x+1=x+4;\ x^2-2x-3=0$

$\Delta=4+12=16;\ x_{1,2}=\frac{2\pm 4}{2}= \begin{cases} x_1=3 \\ x_2=-1 \end{cases}$

$\begin{cases} x_1=3 \\ y_1=g(3)=7 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x_2=-1 \\ y_2=g(-1)=3 \end{cases}$ $\quad G_f\cap G_g=\{(3;7);(-1;3)\}$

③ $\div \lg\sqrt{x};\ \frac{3}{2};\ \lg x \iff \lg\sqrt{x}+\lg x = 2\cdot\frac{3}{2}$

$\lg(x\sqrt{x})=3;\ x\sqrt{x}=10^3;\ \sqrt{x^3}=10^3;\ \sqrt{x}=10;\ x=100$

④ 9 cazuri posibile $\quad \{\sqrt{4};\sqrt{9}\}=\{2;3\}$ 2 cazuri favorabile

$P=\frac{2}{9}$

⑤ $d_1 \parallel d_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2};\ \frac{2}{a}=\frac{-1}{2} \Rightarrow a=-4$

⑥ $\cos B=\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}=\frac{1+5-4}{2\cdot 1\cdot\sqrt{5}}=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

V. 007

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării

Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $x_1+x_2+x_1x_2$, știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2-2x-2=0$.

5p 2. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3-4x$. Să se determine soluțiile reale ale inecuației $f(x)-1\geq 4x$.

5p 3. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $3^{x-2}=\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x}}$.

5p 4. Să se calculeze $\log_3 27-\log_2 8$.

5p 5. Se consideră punctele $A(1,a)$, $B(2,-1)$, $C(3,2)$ și $D(1,-2)$. Să se determine numărul real a, știind că dreptele AB și CD sunt paralele.

5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB=5$, $AC=6$ și $BC=7$. Să se calculeze $\cos A$.

① $\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{b}{a}=2 \\ x_1x_2=\frac{c}{a}=-2 \end{cases}$ $\quad x_1+x_2+x_1x_2=2-2=\underline{0}$

② $3-4x-1\geq 4x$; $-8x\geq -2 \mid :(-2)$; $4x\leq 1$; $x\leq\frac{1}{4}$

$\underline{x\in\left(-\infty;\frac{1}{4}\right]}$

③ $3^{x-2}=3^{-\sqrt{x}}$; $x\geq 0$

$x-2=-\sqrt{x}$; $x^2-4x+4=x$; $x^2-5x+4=0$; $\Delta=25-16=9$

$x_{1,2}=\frac{5\pm 3}{2}$ $\begin{cases} x_1=4 \\ x_2=1. \end{cases}$

pt $x=4$; $4-2=-\sqrt{4}$ fals $\Rightarrow x=4$ nu convine

pt $x=1$; $1-2=-\sqrt{1}$ adev. $\Rightarrow \underline{x=1}$ soluție

④ $\log_3 27-\log_2 8=\log_3 3^3-\log_2 2^3=3-3=0$

⑤ $AB \parallel CD \Rightarrow m_{AB}=m_{CD}$

$m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{-1-a}{2-1}=-1-a$

$m_{CD}=\frac{y_D-y_C}{x_D-x_C}=\frac{-2-2}{1-3}=\frac{-4}{-2}=2$

$\Rightarrow -1-a=2$; $-a=3$; $\underline{a=-3}$

⑥ $\cos A=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB\cdot AC}=\frac{25+36-49}{2\cdot 5\cdot 6}=\frac{12}{60}=\underline{\frac{1}{5}}$

V. 008

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine suma elementelor mulțimii $A=\{1,3,5,...,13\}$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$. Să se determine punctul care aparține graficului funcției f și are abscisa egală cu ordonata.

5p **3.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $2^x+2^{x+3}=36$.

5p **4.** Să se calculeze $A_4^4+C_4^4$.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care conține punctul $A(1,1)$ și este paralelă cu dreapta $4x+2y+5=0$.

5p **6.** Să se calculeze $\sin^2 130^\circ+\cos^2 50^\circ$.

① $\div\ 1,3,5,\dots,13$ $\quad a_n=13;\ a_1+(n-1)r=13$

$a_1=1;\ r=2;\ a_n=13$ $\quad 1+(n-1)\cdot 2=13;\ n=7$

$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}$; $S_7=\frac{7(1+13)}{2}=\frac{7\cdot 14}{2}=\underline{49}$

② $\begin{cases}x=y\\ y=2x+1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=y\\ x=2x+1\end{cases} \Rightarrow x=-1.$ $\quad \underline{A(-1;-1)}$

③ $2^x+2^3\cdot 2^x=36;\quad 2^x+8\cdot 2^x=36;\ 9\cdot 2^x=36;\ 2^x=4\Rightarrow \underline{x=2}$

④ $A_4^4+C_4^4=4!+1=1\cdot 2\cdot 3\cdot 4+1=24+1=\underline{25}$

⑤ $d:\ 4x+2y+5=0;\quad m=-\frac{a}{b}=-\frac{4}{2}=-2$

$d'\parallel d\Rightarrow m'=m=-2$

$d':\ y-y_A=m'(x-x_A);\ d';\ y-1=-2(x-1)$

$d':\ \underline{2x+y-3=0}$

⑥ $\sin(180^\circ-\alpha)=\sin\alpha$

$\sin^2 130^\circ+\cos^2 50^\circ=\sin^2(180^\circ-130^\circ)+\cos^2 50^\circ=$

$=\sin^2 50^\circ+\cos^2 50^\circ=\underline{1}$

V 009

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p | 1. Să se verifice că $\log_3 9 - \log_2 8 = \log_4 \frac{1}{4}$.

5p | 2. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât ecuația $x^2 + 2mx + 4m = 0$ să aibă soluții reale.

5p | 3. Să se rezolve în mulțime numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{x^2 - x - 3} = -1$.

5p | 4. O sumă de 1000 de lei a fost depusă la o bancă și după un an s-a obținut o dobândă de 80 de lei. Să se calculeze rata dobânzii.

5p | 5. Să se determine coordonatele punctului *B*, știind că $A(3,4)$ și $\overrightarrow{AB} = \vec{i} + \vec{j}$.

5p | 6. Să se calculeze aria unui paralelogram *ABCD*, știind că $AB = 3$, $AD = \sqrt{3}$ și $m(\sphericalangle BAD) = 120°$.

(1) $\log_3 9 - \log_2 8 = 2 - 3 = -1$
$\log_4 \frac{1}{4} = \log_4 4^{-1} = -1$ $\Bigg\} \Rightarrow \log_3 9 - \log_2 8 = \log_4 \frac{1}{4}$

(2) $x_{1,2} \in \mathbb{R} \Rightarrow \Delta \geq 0$; $\Delta = 4m^2 - 4 \cdot 4m = 4m^2 - 16m$
$4m^2 - 16m \geq 0 \,|:4 \Rightarrow m^2 - 4m \geq 0$; $m(m-4) \geq 0$

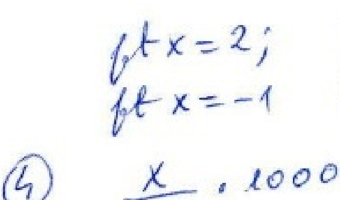
m	$-\infty$	0	4	$+\infty$
Δ	+	0 −	0	+

$m \in (-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$

(3) $\sqrt[3]{x^2 - x - 3} = -1$; $x^2 - x - 3 = -1$; $x^2 - x - 2 = 0$
$\Delta = 1 + 8 = 9$; $x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$
pt $x = 2$; $\sqrt[3]{4 - 2 - 3} = -1$ adev. $\Rightarrow x = 2$ soluție
pt $x = -1$ $\sqrt[3]{1 + 1 - 3} = -1$ adev $\Rightarrow x = -1$ soluție
$\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

(4) $\frac{x}{100} \cdot 1000 = 80$; $10x = 80 \Rightarrow x = 8$; rata dobânzii 8%

(5) $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$
$(x_B - 3)\vec{i} + (y_B - 4)\vec{j} = \vec{i} + \vec{j} \Rightarrow \begin{cases} x_B - 3 = 1 \Rightarrow x_B = 4 \\ y_B - 4 = 1 \Rightarrow y_B = 5 \end{cases}$
$B(4;5)$

(6)


$\mathcal{A}_{ABCD} = 2 \cdot \mathcal{A}_{ABD} = 2 \cdot \frac{AB \cdot AD \cdot \sin(\widehat{BAD})}{2} =$
$= 3 \cdot \sqrt{3} \sin 120° = 3 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin 60° = 3 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2}$

V 010

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ- Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine al patrulea termen al unei progresii geometrice, știind că rația este egală cu $\frac{1}{3}$ și primul termen este 27.

5p 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x-1$. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $f^2(x)+2f(x)-3=0$.

5p 3. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $4^x-3\cdot 2^x+2=0$.

5p 4. Să se compare numerele $a=C_4^1+C_4^3$ și $b=C_3^0+C_3^1+C_3^2+C_3^3$.

5p 5. Se consideră vectorii $\vec{v}=3\vec{i}+4\vec{j}$ și $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}$. Să se determine coordonatele vectorului $\vec{w}=2\vec{v}-3\vec{u}$.

5p 6. Se consideră triunghiul ABC, având aria egală cu 15. Să se calculeze $\sin A$, știind că $AB=6$ și $AC=10$.

(1) $a_1=27;\ q=\frac{1}{3};\ a_n=a_1 q^{n-1}$

$a_4=a_1q^3=27\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3=27\cdot\frac{1}{27}=\underline{1}$

(2) $(2x-1)^2+2(2x-1)-3=0$

$4x^2-4x+1+4x-2-3=0;\ 4x^2=4;\ x^2=1 \Rightarrow \underline{x_{1,2}=\pm 1}$

(3) $2^{2x}-3\cdot 2^x+2=0;\ 2^x=t>0;\ t^2-3t+2=0$

$\Delta=9-8=1;\ t_{1,2}=\frac{3\pm 1}{2}\Rightarrow \begin{cases} t_1=2 \\ t_2=1\end{cases}$

$2^x=2\Rightarrow x_1=1$

$2^x=1\Rightarrow x_2=0$

(4) $\left.\begin{array}{l} a=C_4^1+C_4^3=4+4=8 \\ b=C_3^0+C_3^1+C_3^2+C_3^3=1+3+3+1=8\end{array}\right\}\Rightarrow \underline{a=b}$

(5) $\vec{w}=2(3\vec{i}+4\vec{j})-3(2\vec{i}-3\vec{j})=6\vec{i}+8\vec{j}-6\vec{i}+9\vec{j}=$

$=17\vec{j};\ \underline{\vec{w}(0;17)}$

(6) $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC\cdot \sin A}{2}=\frac{6\cdot 10\cdot \sin A}{2}=30\sin A$

$30\sin A=15\Rightarrow \sin A=\frac{15}{30};\ \underline{\sin A=\frac{1}{2}}$

V 011

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $C_5^4 + A_5^4$.

5p 2. Să se calculeze suma $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}$.

5p 3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=ax+b$. Să se determine numerele reale a și b știind că $3f(x)+2=3x+5$, pentru oricare $x\in\mathbb{R}$.

5p 4. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_3(x^2-2x)=\log_3(2x-3)$.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$, $B(-1,1)$, $C(3,5)$ și $D(5,a)$, $a\in\mathbb{R}$. Să se determine a, știind că $AB \parallel CD$.

5p 6. Să se calculeze raza cercului circumscris triunghiului ABC știind că $BC=8$ și $m(\sphericalangle A)=45^\circ$.

① $C_5^4 + A_5^4 = C_5^{5-4} + A_5^4 = C_5^1 + A_5^4 = 5 + 5\cdot4\cdot3\cdot2 = 5+120=125$

② $\div\div\ 1;\ \frac{1}{3};\ \frac{1}{3^2};\ \frac{1}{3^3};\ \frac{1}{3^4}$ $\quad a_1=1;\ q=\frac{1}{3};\ n=5$

$S_n=\frac{a_1(q^n-1)}{q-1}$; $S_5=\frac{1\left(\left(\frac{1}{3}\right)^5-1\right)}{\frac{1}{3}-1}=\frac{\frac{1-3^5}{3^5}}{\frac{1-3}{3}}=\frac{1-243}{3^5}\cdot\frac{3}{1-3}=$

$=\frac{-242}{81(-2)}=\frac{121}{81}$

③ $3(ax+b)+2=3x+5$; $\quad 3ax+(3b+2)=3x+5 \Rightarrow \begin{cases}3a=3\\3b+2=5\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$

④ $\begin{cases}x^2-2x>0\\2x-3>0\end{cases}$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
x^2-2x		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\begin{cases}x\in(-\infty,0)\cup(2,+\infty)\\x\in\left(\frac{3}{2},+\infty\right)\end{cases} \Rightarrow x\in(2,+\infty)$

$x^2-2x=2x-3$; $\quad x^2-4x+3=0$; $\Delta=16-12=4$; $x_{1,2}=\frac{4\pm2}{2}=\begin{cases}x_1=3\\x_2=1<2,\end{cases}$ nu convine

$x=3$ soluție

⑤ $AB\parallel CD \Rightarrow m_{AB}=m_{CD}$ $\quad m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{1-2}{-1-1}=\frac{1}{2}$

$m_{CD}=\frac{y_D-y_C}{x_D-x_C}=\frac{a-5}{5-3}=\frac{a-5}{2}$ $\quad \frac{a-5}{2}=\frac{1}{2}\Rightarrow a-5=1\Rightarrow a=6$

⑥ $\frac{BC}{\sin A}=2R \Rightarrow R=\frac{BC}{2\sin A}=\frac{8}{2\sin45^\circ}=\frac{8}{2\cdot\frac{\sqrt2}{2}}=\frac{8}{\sqrt2}=\frac{8\sqrt2}{2}=$

$=4\sqrt2$

V012

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării
Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-25$. Să se calculeze $f(-5)\cdot f(-4)\cdot\ldots\cdot f(0)\cdot\ldots\cdot f(4)\cdot f(5)$.

5p 2. Să se rezolve ecuaţia $C_n^2=28$, $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$.

5p 3. Ştiind că $\log_3 2=a$, să se verifice dacă $\log_3 8+\log_3 100-\log_3 25=5a$.

5p 4. Să se determine soluţiile reale ale inecuaţiei $\dfrac{2x+3}{x^2+x+1}\geq 1$.

5p 5. Să se determine ecuaţia dreptei care conţine punctele $A(2,3)$ şi $B(-3,-2)$.

5p 6. Se consideră triunghiul ABC de arie egală cu 6, cu $AB=3$ şi $BC=8$. Să se calculeze $\sin B$.

① $f(5)=f(-5)=0 \Rightarrow f(-5)f(-4)\cdots f(0)\cdots f(4)f(5)=0$

② $\dfrac{n(n-1)}{2}=28$; $n^2-n-56=0$; $\Delta=1+224=225$

$n_{1,2}=\dfrac{1\pm 15}{2} \Rightarrow \begin{cases} n_1=8 \\ n_2=-7\notin\mathbb{N}, \text{ nu convine}\end{cases}$ $n=8$ soluţie

③ $\log_3 8+\log_3 100-\log_3 25=\log_3\dfrac{8\cdot 100}{25}=\log_3 32=5\log_3 2=5a$

④ $\dfrac{2x+3}{x^2+x+1}-1\geq 0$; $\dfrac{2x+3-x^2-x-1}{x^2+x+1}\geq 0$; $\dfrac{-x^2+x+2}{x^2+x+1}\geq 0$

$-x^2+x+2=0$; $\Delta=1+8=9$; $x_{1,2}=\dfrac{-1\pm 3}{-2} \Rightarrow \begin{cases} x_1=2 \\ x_2=-1\end{cases}$

$x^2+x+1=0$; $\Delta=1-4=-3<0 \Rightarrow x_{1,2}\notin\mathbb{R}$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$-x^2+x+2$		$-$	0	$+$	0	$-$	
x^2+x+1		$+$	$+$	$+$	$+$		
$\dfrac{-x^2+x+2}{x^2+x+1}$		$-$	0	$+$	0	$+$	

$x\in[-1,2]$

⑤ $AB: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -3 & -2 & 1\end{vmatrix}=0$; $AB: 3x-3y-4+9+2x-2y=0$

$AB: 5x-5y+5=0 \mid :5$ $\quad AB: x-y+1=0$

⑥ $A_{\Delta ABC}=\dfrac{AB\cdot BC\cdot\sin B}{2}$; $\dfrac{3\cdot 8\cdot\sin B}{2}=6$; $24\sin B=12$

$\sin B=\dfrac{12}{24}$; $\sin B=\dfrac{1}{2}$

V013

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine numărul tuturor submulțimilor de 2 elemente care se pot forma cu elemente din mulțimea $\{1,2,3,4,5\}$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2-3x+1$ și $g(x)=x-1$. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $f(x)=-g(x)$.

5p **3.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_3\left(x^2-4x+4\right)=2$.

5p **4.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ știind că parabola asociată funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-mx+m-1$ este tangentă axei Ox.

5p **5.** Să se calculeze aria triunghiului echilateral ABC știind că $A(-1,1)$ și $B(3,-2)$.

5p **6.** Să se calculeze $\cos x$, știind că $\sin x=\frac{4}{5}$ și x este măsura unui unghi ascuțit.

① $C_5^2=\frac{5\cdot 4}{1\cdot 2}=10$ submulțimi

② $3x^2-3x+1=-x+1$; $3x^2-2x=0$; $x(3x-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=\frac{2}{3}\end{cases}$

③ $x^2-4x+4>0$; $(x-2)^2>0 \Rightarrow x\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$.
$\log_3(x^2-4x+4)=\log_3 3^2$; $x^2-4x+4=9$; $x^2-4x-5=0$
$\Delta=16+20=36$; $x_{1,2}=\frac{4\pm 6}{2}=\begin{cases} x_1=5 \\ x_2=-1\end{cases}$

④ $\Delta=0$; $\Delta=m^2-4(m-1)=m^2-4m+4=(m-2)^2$
$(m-2)^2=0 \Rightarrow m-2=0 \Rightarrow m=2$

⑤ $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{l^2\sqrt{3}}{4}$; $l^2=(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2=(3+1)^2+(-2-1)^2=$
$=16+9=25$
$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{25\sqrt{3}}{4}$

⑥ $\cos x=\sqrt{1-\sin^2 x}=\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}=\sqrt{\frac{25}{1}-\frac{16}{25}}=\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$

V 014

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se demonstreze că dacă $a \in \mathbb{R}^*$, atunci ecuația $ax^2-(2a+1)x+a+1=0$ are două soluții reale distincte.

5p 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-11x+30$. Să se calculeze $f(0)\cdot f(1)\cdot\ldots\cdot f(6)$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x+3}-2^x=28$.

5p 4. Să se efectueze $A_6^2-2C_6^4$.

5p 5. Să se calculeze lungimea segmentului determinat de punctele $A(2,3)$ și $B(5,-1)$.

5p 6. Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC știind că $AB=2$, $BC=4$ și $m(\sphericalangle B)=60°$.

(1) $\Delta=[-(2a+1)]^2-4(a+1)\cdot a = 4a^2+4a+1-4a^2-4a=1>0, \forall a\in\mathbb{R}^* \Rightarrow$
$\Rightarrow x_{1,2}\in\mathbb{R}, x_1\neq x_2, \forall a\in\mathbb{R}^*$

(2) $x^2-11x+30=0$; $\Delta=121-120=1$; $x_{1,2}=\frac{11\pm1}{2} = \begin{cases} x_1=6 \\ x_2=5\end{cases}$
$f(5)=f(6)=0 \Rightarrow f(0)\cdot f(1)\cdots f(6)=0$

(3) $2^3\cdot 2^x-2^x=28$; $2^x(8-1)=28$; $7\cdot 2^x=28 \,/ :7$
$2^x=4 \Rightarrow x=2$

(4) $A_6^2-2C_6^4=\frac{6!}{4!}-2\cdot\frac{6!}{2!\cdot 4!}=\frac{4!\cdot5\cdot6}{4!}-2\cdot\frac{4!\,5\cdot6}{2\cdot4!}=$
$=30-30=0$

(5) $AB=\sqrt{(5-2)^2+(-1-3)^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$

(6) $AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos B$
$AC^2=4+16-2\cdot2\cdot4\cdot\cos 60°=20-16\cdot\frac{1}{2}=20-8=12$
$AC=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$
$P_{\Delta ABC}=AB+AC+BC=2+4+2\sqrt{3}=6+2\sqrt{3}$

V015

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării
Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine numărul submulţimilor cu două elemente ale mulţimii $\{1,2,3,4\}$.

5p 2. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $125^x = \frac{1}{5}$.

5p 3. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+5x+m+6$. Să se determine valorile reale ale lui m ştiind că $f(x)\geq 0$, pentru oricare $x\in\mathbb{R}$.

5p 4. Să se determine numărul real x, ştiind că 2^x-1, 4^x şi $2^{x+1}+3$ sunt trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p 5. Să se calculeze $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$, ştiind că *A*, *B* şi *C* sunt vârfurile unui triunghi.

5p 6. Să se calculeze perimetrul triunghiului *ABC*, ştiind că $AB=5$, $AC=4$ şi $m(\sphericalangle A)=60^\circ$.

① $C_4^2 = \frac{4\cdot 3}{1\cdot 2} = 6$ submulţimi cu 2 elemente

② $5^{3x} = 5^{-1} \Rightarrow 3x=-1 \Rightarrow x=-\frac{1}{3}$

③ $f(x)\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow \Delta \leq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Delta = 25-4(m+6) = 25-4m-24 = 1-4m$

$\Delta\leq 0 \Rightarrow 1-4m\leq 0 \Rightarrow -4m\leq -1 \,|\,(-1) \Rightarrow 4m\geq 1 \Rightarrow$

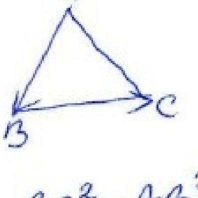
$\Rightarrow m\geq \frac{1}{4};\ m\in\left[\frac{1}{4};+\infty\right)$

④ $\div\ 2^x-1;\ 4^x;\ 2^{x+1}+3 \Leftrightarrow 2\cdot 4^x = 2^x-1+2^{x+1}+3$

$2\cdot 2^{2x}-2^x-2\cdot 2^x-2=0;\quad 2\cdot 2^{2x}-3\cdot 2^x-2=0$

Notăm $2^x=t>0$; $2t^2-3t-2=0$; $\Delta = 9-4\cdot 2\cdot(-2)=25$

$t_{1,2}=\frac{3\pm 5}{2\cdot 2} =< \begin{array}{l} t_1=2 \\ t_2=-\frac{1}{2}<0, \text{ nu convine} \end{array}$ $\qquad 2^x=2 \Rightarrow \underline{x=1}$

⑤ 

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA} = (\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})+\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA} = \vec{0}$

⑥ $BC^2 = AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos A$

$BC^2 = 25+16-2\cdot 5\cdot 4\cdot\cos 60^\circ = 41-40\cdot\frac{1}{2} = 41-20 = 21$

$BC=\sqrt{21}$

$P_{\triangle ABC} = AB+AC+BC = 5+4+\sqrt{21} = 9+\sqrt{21}$

V016

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $C_8^3 - C_8^5$.

5p 2. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_2(x+5)=3$.

5p 3. Să se determine o ecuație de gradul al II-lea ale cărei soluții x_1 și x_2 verifică relațiile $x_1+x_2=1$ și $x_1x_2=-2$.

5p 4. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+2$. Să se calculeze $f(f(0))-f(2)$.

5p 5. Să se determine coordonatele punctului *C*, simetricul punctului $A(5,4)$ față de punctul $B(-2,1)$.

5p 6. Triunghiul *ABC* are $AB=3$, $AC=4$ și $BC=5$. Să se calculeze lungimea înălțimii duse din vârful *A*.

① $C_8^3 - C_8^5 = C_8^3 - C_8^{8-5} = C_8^3 - C_8^3 = 0$

② $x+5>0 \Rightarrow x>-5;\ x\in(-5,+\infty)$
$\log_2(x+5)=\log_2 2^3;\ x+5=8 \Rightarrow x=3\in(-5,+\infty);\ x=3$ soluție

③ $x^2-Sx+P=0;\quad S=1;\ P=-2;\quad x^2-x-2=0$

④ $f(0)=2;\ f(2)=4-6+2=0$
$f(f(0))-f(2)=f(2)-f(2)=0$

⑤ $C\in AB;\ AB=BC;\quad x_B=\frac{x_A+x_C}{2};\ y_B=\frac{y_A+y_C}{2}$
$-2=\frac{x_C+5}{2} \Rightarrow x_C=-9;\quad 1=\frac{y_C+4}{2} \Rightarrow y_C=-2;\ C(-9,-2)$

⑥ $\left.\begin{array}{l} AB^2=9 \\ AC^2=16 \\ BC^2=25 \end{array}\right\} \Rightarrow AB^2+AC^2=BC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ triunghi dreptunghic

$h_A=\frac{AB\cdot AC}{BC}=\frac{3\cdot 4}{5}=\frac{12}{5};\quad h_A=\frac{12}{5}$

V 017

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p | 1. Să se calculeze $2\log_3 4 - 4\log_3 2$.

5p | 2. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $2^{x-1} + 2^x = 12$.

5p | 3. Să se determine numărul natural n, $n \geq 1$ știind că $A_n^1 + C_n^1 = 10$.

5p | 4. Fie funcția $f:[0,2] \to \mathbb{R}$, $f(x) = -4x + 3$. Să se determine mulțimea valorilor funcției f.

5p | 5. Se consideră triunghiul echilateral ABC înscris într-un cerc de centru O. Să se arate că $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{O}$.

5p | 6. Să se calculeze $\sin 135°$.

① $2\log_3 4 - 4\log_3 2 = 2\log_3 2^2 - 4\log_3 2 = 4\log_3 2 - 4\log_3 2 = \underline{0}$

② $\frac{2^x}{2} + 2^x = 12$; $2^x\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{1}\right) = 12$; $2^x \cdot \frac{3}{2} = 12$

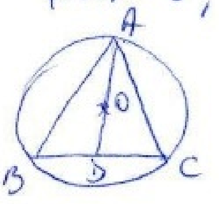
$2^x = \frac{12}{\frac{3}{2}}$; $2^x = 12 \cdot \frac{2}{3}$; $2^x = 8$; $2^x = 2^3 \Rightarrow x = \underline{3}$

③ $A_n^1 = \frac{n!}{(n-1)!} = \frac{(n-1)! \cdot n}{(n-1)!} = n$; $C_n^1 = n$

$A_n^1 + C_n^1 = 10$; $n + n = 10 \Rightarrow 2n = 10 \Rightarrow \underline{n = 5}$

④ $a = -4 < 0 \Rightarrow f$ strict descrescătoare

$f(0) = 3$; $f(2) = -8 + 3 = -5$; $f(x) = [-5, 3]$

⑤ 

ΔBOC; $\overrightarrow{OD} = \frac{\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}}{2} \Rightarrow \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2 \cdot \overrightarrow{OD}$

$OD = \frac{1}{3} AD$; $\overrightarrow{OD} = \frac{\overrightarrow{AO}}{2} \Rightarrow 2\overrightarrow{OD} = -\overrightarrow{OA}$

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OD} =$

$= \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OA} = \vec{O}$

⑥ $\sin 135° = \sin(180° - 135°) = \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

V018

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $\log_2 3 + \log_2 \frac{1}{3}$.

5p 2. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii $\{0,1,2,3,4,5\}$, acesta să verifice inegalitatea $n! < 50$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x - 14 \cdot 2^{-x} = -5$.

5p 4. Să se demonstreze că pentru orice număr real a, ecuația de gradul al doilea $x^2 - (2\sin a)x + 1 - \cos^2 a = 0$ admite soluții reale egale.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră vectorii $\overrightarrow{OA}(2,-3)$ și $\overrightarrow{OB}(1,-2)$. Să se determine numerele reale α și β pentru care vectorul $3\overrightarrow{OA} - 5\overrightarrow{OB}$ are coordonatele (α, β).

5p 6. Raza cercului circumscris triunghiului ABC este $\frac{3}{2}$, iar $BC = 3$. Să se calculeze $\sin A$.

① $\log_2 3 + \log_2 \frac{1}{3} = \log_2 \left(3 \cdot \frac{1}{3}\right) = \log_2 1 = 0$

② 6 cazuri posibile

$0! < 50$ adev; $1! < 50$ adev; $2! < 50$ adev; $3! < 50$ adev

$4! < 50$ adev; $5! = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5 = 120 < 50$ fals

5 cazuri favorabile $P = \frac{5}{6}$

③ $2^x - 14 \cdot \frac{1}{2^x} = -5$; notăm $2^x = t > 0$

$t - \frac{14}{t} = -5$; $t^2 + 5t - 14 = 0$; $\Delta = 25 + 56 = 81$

$t_{1,2} = \frac{-5 \pm 9}{2} = \begin{cases} t_1 = \frac{4}{2} = 2 \\ t_2 = -\frac{14}{2} = -7 < 0, \text{ nu convine} \end{cases}$

$t = 2 \Rightarrow 2^x = 2 \Rightarrow \underline{x = 1}$

④ $\Delta = (-2\sin a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (1 - \cos^2 a) = 4\sin^2 a + 4\cos^2 a - 4 = (4\sin^2 a + 4\cos^2 a) - 4 =$

$= 4(\sin^2 a + \cos^2 a) - 4 = 4 \cdot 1 - 4 = 0, \forall a \in \mathbb{R}$

$\Delta = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 \in \mathbb{R}, \forall a \in \mathbb{R}$

⑤ $3\overrightarrow{OA} - 5\overrightarrow{OB} = 3(2\vec{i} - 3\vec{j}) - 5(\vec{i} - 2\vec{j}) = 6\vec{i} - 9\vec{j} - 5\vec{i} + 10\vec{j} = \vec{i} + \vec{j}$

$\vec{i} + \vec{j} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} \Rightarrow \alpha = \beta = 1.$

⑥ $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow \sin A = \frac{BC}{2R} = \frac{3}{2 \cdot \frac{3}{2}} = \frac{3}{3} = 1.$

V 019

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării
Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $\log_6 24 - \log_6 4$.

5p 2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+2$. Să se calculeze $f(0)\cdot f(1)\cdot\ldots\cdot f(2009)$.

5p 3. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x-5}=2$.

5p 4. Să se determine numărul natural n, $n\geq 5$, ştiind că $\frac{(n-3)!}{(n-5)!}=6$.

5p 5. Să se determine numerele reale a, ştiind că lungimea segmentului determinat de punctele $A(-1,2)$ şi $B(4-a,4+a)$ este egală cu 5.

5p 6. Să se calculeze $\cos^2 45^\circ + \sin^2 135^\circ$.

① $\log_6 24 - \log_6 4 = \log_6 \frac{24}{4} = \log_6 6 = 1$

② $f(1)=0$; $f(2)=0$; $f(0)\cdot f(1)\cdots f(2009)=0$

③ $x-5\geq 0$; $x\geq 5$; $x-5=4 \Rightarrow \underline{x=9}$; $\sqrt{9-5}=2$

④ $\frac{\cancel{(n-5)!}(n-4)(n-3)}{\cancel{(n-5)!}}=6$; $n^2-7n+12=6$

$n^2-7n+6=0$; $\Delta=49-24=25$, $n_{1,2}=\frac{7\pm5}{2}=\begin{cases} n_1=6 \\ n_2=1<5, \text{ nu convine}\end{cases}$

$n=6$ soluţie

⑤ $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(4-a+1)^2+(4+a-2)^2}=$

$=\sqrt{(5-a)^2+(2+a)^2}=\sqrt{25-10a+a^2+4+4a+a^2}=\sqrt{2a^2-6a+29}$

$\sqrt{2a^2-6a+29}=5$; $2a^2-6a+29=25$; $2a^2-6a+4=0 \,/:2$

$a^2-3a+2=0$; $\Delta=9-8=1$; $a_{1,2}=\frac{3\pm1}{2}=\begin{cases} a_1=2 \\ a_2=1\end{cases}$

⑥ $\cos^2 45^\circ+\sin^2 135^\circ=\cos^2 45^\circ+\sin^2(180^\circ-135^\circ)=$

$=\cos^2 45^\circ+\sin^2 45^\circ=1$

V 020

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale. Toate subiectele sunt obligatorii.
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $\log_3 6+\log_3 2-\log_3 4$.

5p 2. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\sqrt{x^2-x-2}=2$.

5p 3. Să se determine o ecuație de gradul al II-lea ale cărei soluții x_1 și x_2 verifică simultan relațiile $x_1+x_2=2$ și $x_1x_2=-3$.

5p 4. Să se determine $m\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$, știind că abscisa punctului de minim al graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(m-1)x^2-(m+2)x+1$ este egală cu 2.

5p 5. Să se determine distanța dintre punctele $A(3,-1)$ și $B(-1,2)$.

5p 6. Să se determine numărul real x pentru care x, $x+7$ și $x+8$ sunt lungimile laturilor unui triunghi dreptunghic.

① $\log_3 6+\log_3 2-\log_3 4=\log_3\frac{6\cdot 2}{4}=\log_3 3=1$

② $x^2-x-2\geq 0$ $\Delta=1+8=9$, $x_{1,2}=\frac{1\pm 3}{2}=\begin{cases}x_1=-1\\ x_2=2\end{cases}$

x	$-\infty$ -1 2 $+\infty$
x^2-x-2	$+$ 0 $-$ 0 $+$

$x\in(-\infty,-1]\cup[2,+\infty)$

$x^2-x-2=4$; $x^2-x-6=0$; $\Delta=1+24=25$; $x_{1,2}=\frac{1\pm 5}{2}=\begin{cases}x_1=3\\ x_2=-2\end{cases}$

pt $x_1=3$ $\sqrt{9-3-2}=2$ adev. $\Rightarrow x_1=3$ soluție

pt $x_2=-2$ $\sqrt{4+2-2}=2$ adev $\Rightarrow x_2=-2$ soluție

③ $x^2-Sx+P=0$; $S=2$; $P=-3$; $x^2-2x-3=0$

④ $a=m-1$, f admite minim $\Rightarrow m-1>0$; $m>1$

$x_{min}=-\frac{b}{2a}=\frac{m+2}{2(m-1)}$; $\frac{m+2}{2(m-1)}=2$; $m+2=4(m-1)$

$-3m=-6\Rightarrow m=2\in(1,\infty)$

⑤ $AB=\sqrt{(-1-3)^2+(2+1)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$

⑥ $x^2+(x+7)^2=(x+8)^2$ (t. lui Pitagora)

$x^2+x^2+14x+49=x^2+16x+64$

$x^2-2x-15=0$, $\Delta=4+60=64$, $x_{1,2}=\frac{2\pm 8}{2}=\begin{cases}x_1=5\\ x_2=-3<0 \text{ nu convine}\end{cases}$

$x=5$ soluție

V021

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării

Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\sqrt{x+1}=5-x$.

5p 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+3$. Să se calculeze $f(0)+f(1)+\ldots+f(5)$.

5p 3. Să se determine mulțimea valorilor reale ale numărului x pentru care $-4\le 3x+2\le 4$.

5p 4. Să se calculeze distanța dintre punctele de intersecție ale graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^2+2x+8$ cu axa Ox.

5p 5. Dacă $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{CB}=\vec{0}$, să se determine valoarea raportului $\frac{AB}{BC}$.

5p 6. Să se calculeze aria triunghiului ABC, știind că $AB=6$, $AC=8$ și $BC=10$.

① $x+1\ge 0 \Rightarrow x\ge -1$; $x\in[-1,+\infty)$

$x+1=(5-x)^2$; $x+1=25-10x+x^2$; $x^2-11x+24=0$

$\Delta=121-96=25$; $x_{1,2}=\frac{11\pm5}{2}=\Big\langle\begin{matrix}x_1=\frac{16}{2}=8\in[-1,+\infty)\\ x_2=\frac{6}{2}=3\in[-1,+\infty)\end{matrix}$

pt $x=8$; $\sqrt{8+1}=5-8$ fals $\Rightarrow x=8$ nu convine

pt $x=3$; $\sqrt{3+1}=5-3$ adev. $\Rightarrow x=3$ soluție $\quad \underline{x=3}$

② $f(0)=2\cdot0+3$; $f(1)=2\cdot1+3$; ---; $f(5)=2\cdot5+3$

$f(0)+f(1)+\ldots+f(5)=(2\cdot0+3)+(2\cdot1+3)+\ldots+(2\cdot5+3)=$

$=2(1+2+\ldots+5)+6\cdot3=2\cdot15+18=30+18=\underline{48}$

③ $-4\le 3x+2\le 4\,|-2$; $-6\le 3x\le 2\,|:3$; $-2\le x\le\frac{2}{3}$; $x\in\left[-2;\frac{2}{3}\right]$

④ $G_f\cap Ox=\{(-2;0);(4;0)\}$

$y=0\Rightarrow -x^2+2x+8=0\,|(-1)$; $x^2-2x-8=0$; $\Delta=4+32=36$

$x_{1,2}=\frac{2\pm6}{2}=\Big\langle\begin{matrix}x_1=-2\\x_2=4\end{matrix}$ $\quad d=|x_1-x_2|=|-2-4|=|-6|=\underline{6}$

⑤ $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{BC}\Rightarrow\frac{AB}{BC}=2$

⑥ $\left.\begin{matrix}AB^2=36\\AC^2=64\\BC^2=100\end{matrix}\right\}\Rightarrow AB^2+AC^2=BC^2\Rightarrow\Delta ABC$ - dreptunghic

BC - ipotenuza

$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC}{2}=\frac{6\cdot8}{2}=\underline{24}$

V022

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine numărul real x, știind că $x-3,\ 4,\ x+3$ sunt trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p 2. Să se calculeze distanța dintre punctele de intersecție ale graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-8x+7$ cu axa Ox.

5p 3. Să se arate că $E=\sqrt{1+3+5+\ldots+21}$ este număr natural.

5p 4. Să se determine câte numere naturale de câte trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{1,2,3,4\}$.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ și $B(-1,2)$. Să se determine coordonatele punctului $C\in(AB)$ astfel încât $\dfrac{CA}{CB}=2$.

5p 6. În triunghiul ABC măsura unghiului C este egală cu $60°$, $AB=4$ și $BC=2$. Să se calculeze $\sin A$.

① $\div\ x-3;\ 4;\ x+3 \iff 2\cdot 4=(x-3)+(x+3);\quad 2x=8 \Rightarrow x=4$

② $G_f \cap Ox=\{(1;0);(7;0)\}$

$y=0 \Rightarrow x^2-8x+7=0;\ \Delta=64-28=36;\ x_{1,2}=\dfrac{8\pm6}{2}=\begin{cases}x_1=1\\ x_2=7\end{cases}$

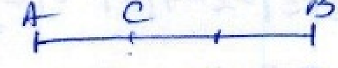
$d=|x_1-x_2|=|1-7|=|-6|=6$

③ $\div\ 1;3;5;\ldots;21 \qquad a_1=1;\ r=2;\ a_n=21.$

$a_1+(n-1)r=21;\quad 1+(n-1)\cdot2=21;\quad 2n=22 \Rightarrow n=11$

$S_{11}=\dfrac{11(1+21)}{2}=\dfrac{11\cdot22}{2}=11\cdot11=121;\quad E=\sqrt{121}=11\in\mathbb{N}$

④ $A_4^3=\dfrac{4!}{(4-3)!}=\dfrac{4!}{1!}=1\cdot2\cdot3\cdot4=24$ numere

⑤ 

$\dfrac{CA}{CB}=2;\ CA=2CB \Rightarrow \vec{CA}-2\vec{CB}=\vec{0} \Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{CA}-\vec{CB}-\vec{CB}=\vec{0} \Rightarrow (\vec{CA}+\vec{BC})-\vec{CB}=\vec{0};\ \vec{BA}-\vec{CB}=\vec{0}$

$\vec{BA}=\vec{CB};\quad (x_A-x_B)\vec{i}+(y_A-y_B)\vec{j}=(x_B-x_C)\vec{i}+(y_B-y_C)\vec{j}$

$(2+1)\vec{i}+(1-2)\vec{j}=(-1-x_C)\vec{i}+(2-y_C)\vec{j};\quad 3\vec{i}-\vec{j}=(-1-x_C)\vec{i}+(2-y_C)\vec{j}$

$\begin{cases}3=-1-x_C\\ -1=2-y_C\end{cases} \iff \begin{cases}x_C=-4\\ y_C=3\end{cases} \qquad C(-4;3)$

⑥ $\dfrac{AB}{\sin C}=\dfrac{BC}{\sin A} \Rightarrow \sin A=\dfrac{BC\sin C}{AB}=\dfrac{2\cdot\sin60°}{4}=\dfrac{2\cdot\frac{\sqrt3}{2}}{4}=$

$=\dfrac{\sqrt3}{4}$

V023

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine numărul întreg x care verifică inegalitățile $3\le\frac{2x-1}{2}\le 4$.

5p 2. Să se determine coordonatele punctului de intersecție a dreptei de ecuație $y=-4$ cu graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-6x+5$.

5p 3. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_2(x-3)=0$.

5p 4. Să se determine câte numere de două cifre se pot forma cu elementele mulțimii $\{1,2,3,4\}$.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră vectorii $\overline{OA}(2,-1)$ și $\overline{OB}(1,2)$. Să se determine coordonatele vectorului $\overline{OM}$, unde M este mijlocul segmentului AB.

5p 6. Să se calculeze $\sin 120°$.

① $\overset{2}{3}\le\frac{2x-1}{2}\le\overset{2}{4}$; $6\le 2x-1\le 8\,|+1$; $7\le 2x\le 9\,|:2$

$\begin{cases}\frac{7}{2}\le x\le\frac{9}{2}\\ x\in\mathbb{Z}\end{cases}\Rightarrow \underline{x=4}$

② $\begin{cases}y=-4\\ y=x^2-6x+5\end{cases}$ $x^2-6x+5=-4$; $x^2-6x+9=0$; $(x-3)^2=0\Rightarrow$

$\Rightarrow x-3=0\Rightarrow x=3$; $\underline{A(3;-4)}$

③ C.E. $x-3>0\Rightarrow x>3$; $x\in(3;+\infty)$

$\log_2(x-3)=\log_2 1$; $x-3=1\Rightarrow \underline{x=4}\in(3;+\infty)$

④ $A_4^2=\frac{4!}{(4-2)!}=\frac{24}{2}=12$ nr. de 2 cifre distincte; 4 numere de 2 cifre identice $\Rightarrow 12+4=16$ numere de 2 cifre

⑤ $\overline{OM}=\frac{\overline{OA}+\overline{OB}}{2}$; $2\overline{OM}=\overline{OA}+\overline{OB}$; $2(x_M\bar{i}+y_M\bar{j})=(2\bar{i}-\bar{j})+$

$+(\bar{i}+2\bar{j})$; $2x_M\bar{i}+2y_M\bar{j}=3\bar{i}+\bar{j}\Rightarrow\begin{cases}2x_M=3\Rightarrow x_M=\frac{3}{2}\\ 2y_M=1\Rightarrow x_M=\frac{1}{2}\end{cases}$

$\underline{M\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)}$

⑥ $\sin 120°=\sin(180°-120°)=\sin 60°=\underline{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

V024

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze suma $1+3+5+...+19$.

5p **2.** Să se demonstreze că ecuația $x^2-2x+1+a^2=0$ nu admite soluții reale, oricare ar fi $a\in\mathbb{R}^*$.

5p **3.** Să se determine valorile reale ale lui m, știind că valoarea minimă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-mx+m-1$ este egală cu $-\frac{1}{4}$.

5p **4.** Să se ordoneze crescător numerele $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$, 64 și $\sqrt[3]{8}$.

5p **5.** Fie ABC un triunghi echilateral înscris într-un cerc de centru O. Să se calculeze $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{AO}$.

5p **6.** Să se calculeze aria triunghiului ABC, știind că $AB=\sqrt{3}$, $AC=3$ și măsura unghiului A este egală cu $120°$.

① $\div\ 1;3;5;...;19$ $\quad a_1=1;\ r=2;\ a_n=19$

$a_1+(n-1)r=19;\quad 1+(n-1)\cdot 2=19 \Rightarrow n=10$

$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2};\quad S_{10}=\frac{10(1+19)}{2}=\frac{10\cdot 20}{2}=\underline{\underline{100}}$

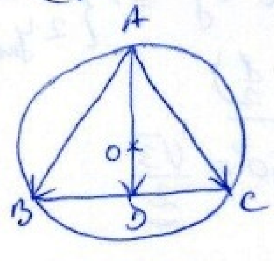
② $\Delta=(-2)^2-4(1+a^2)=4-4-4a^2=-4a^2<0,\ \forall a\in\mathbb{R}^* \Rightarrow x_{1,2}\notin\mathbb{R}$

③ $y_{min}=-\frac{\Delta}{4a};\quad \Delta=(-m)^2-4(m-1)=m^2-4m+4=(m-2)^2$

$y_{min}=-\frac{(m-2)^2}{4};\quad -\frac{(m-2)^2}{4}=-\frac{1}{4}\Rightarrow (m-2)^2=1\Rightarrow$

$\Rightarrow m-2=\pm1;\quad \begin{cases} m-2=1\Rightarrow m_1=3\\ m-2=-1\Rightarrow m_2=1\end{cases}$

④ $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}=4^2=16;\quad \sqrt[3]{8}=2;\quad 2<16<64\Rightarrow \sqrt[3]{8}<\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}<64$

⑤ 

$\overrightarrow{AD}=\frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{2}\Rightarrow \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{AO}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{AO}=2\overrightarrow{AD}-3\cdot\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AD}-2\overrightarrow{AD}=\vec{0}$

⑥ $\mathcal{A}_{\triangle ABC}=\frac{AB\cdot AC\sin A}{2}=\frac{\sqrt{3}\cdot 3\sin 120°}{2}=\frac{\sqrt{3}\cdot 3\cdot\sin 60°}{2}=$

$=\frac{\sqrt{3}\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}=\underline{\underline{\frac{9}{4}}}$

V025

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $\lg 20+\lg 3-\lg 6$.

5p 2. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr natural de două cifre, acesta să fie pătrat perfect.

5p 3. Să se determine mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $\sqrt{7-x}=1$.

5p 4. Să se determine $m\in\mathbb{R}$, știind că soluțiile x_1, x_2 ale ecuației $x^2-(2m+1)x+3m=0$ verifică relația $x_1+x_2+x_1x_2=11$.

5p 5. Să se demonstreze că, în orice triunghi dreptunghic ABC de arie S și ipotenuză de lungime a, este adevărată identitatea $a^2\sin B\sin C=2S$.

5p 6. Să se calculeze $\sin 170^\circ-\sin 10^\circ$.

① $\lg 20+\lg 3-\lg 6=\lg\frac{20\cdot 3}{6}=\lg\frac{60}{6}=\lg 10=\underline{1}$

② 90 cazuri posibile
16; 25; 36; 49; 64; 81 - pătrate perfecte => 6 cazuri favorabile
$P=\frac{6}{90}=\underline{\underline{\frac{1}{15}}}$

③ C.E. $7-x\geq 0$; $-x\geq -7\ |(-1)$; $x\leq 7$; $x\in(-\infty,7]$
$7-x=1$; $-x=-6 \Rightarrow x=6\in(-\infty,7]$
$\sqrt{7-6}=1$ adev $\Rightarrow \underline{\underline{x=6}}$ soluție

④ $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=2m+1$; $x_1x_2=\frac{c}{a}=3m$
$x_1+x_2+x_1x_2=11$; $2m+1+3m=11$; $5m=10\Rightarrow \underline{m=2}$

⑤ $S=\frac{b\cdot c}{2}\Rightarrow 2S=b\cdot c$
$\sin B=\frac{b}{a}$; $\sin C=\frac{c}{a}$
$a^2\sin B\sin C=a^2\cdot\frac{b}{a}\cdot\frac{c}{a}=bc=2S.$

⑥ $\sin 170^\circ-\sin 10^\circ=\sin(180^\circ-170^\circ)-\sin 10^\circ=$
$=\sin 10^\circ-\sin 10^\circ=\underline{\underline{0}}$

V 026

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării
Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\ge1}$ în care $a_3=5$ şi $a_6=11$. Să se calculeze a_9.
5p 2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2+x$. Să se calculeze $f(1)+f(2)+\ldots+f(20)$.
5p 3. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^{x+2}=2^{x^2+5}$.
5p 4. Să se rezolve ecuaţia $C_{n+2}^{n+1}=2$, unde $n\in\mathbb{N}$.
5p 5. Să se determine numărul real m pentru care vectorii $\vec{v}=2\vec{i}+3\vec{j}$ şi $\vec{w}=-\vec{i}+m\vec{j}$ sunt coliniari.
5p 6. Să se calculeze $\cos30°+\cos60°+\cos120°+\cos150°$.

① $a_n=a_1+(n-1)r \qquad a_3=a_1+2r;\ a_6=a_1+5r$

$\begin{cases}a_1+2r=5 \mid (-1)\\ a_1+5r=11\end{cases} \iff \begin{cases}-a_1-2r=-5\\ a_1+5r=11\end{cases} \quad \begin{cases}r=2\\ a_1=5-4=1\end{cases}$

$/ \quad 3r=6$

$a_9=a_1+8r=1+8\cdot2=17;\ \underline{\underline{a_9=17}}$

② $f(1)+f(2)+\ldots+f(20)=(2+1)+(2+2)+\ldots+(2+20)=$
$=2\cdot20+\dfrac{20(1+20)}{2}=40+210=\underline{\underline{250}}$

③ $2^{2(x+2)}=2^{x^2+5}$; $x^2+5=2x+4$; $x^2-2x+1=0$; $(x-1)^2=0 \Rightarrow \underline{\underline{x=1}}$

④ $C_{n+2}^{n+1}=C_{n+2}^{n+2-n-1}=C_{n+2}^{1}=n+2$

$n+2=2 \Rightarrow \underline{\underline{n=0}}$

⑤ $\vec{v}=k\vec{w}$; $k\in\mathbb{R}$; $2\vec{i}+3\vec{j}=k(-\vec{i}+m\vec{j}) \Rightarrow$
$\Rightarrow \begin{cases}2=-k\\ 3=mk\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}k=-2\\ m=-\frac{3}{2}\end{cases} \qquad \underline{m=-\frac{3}{2}}$

⑥ $\cos30°+\cos60°-\cos(180°-120°)-\cos(180°-150°)=$
$=\cos30°+\cos60°-\cos60°-\cos30°=0$

V. 027

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine elementele mulțimii $A=\{x\in\mathbb{N} \mid |2x-1|\le 1\}$.

5p 2. Se consideră ecuația $x^2+3x-5=0$ cu soluțiile x_1 și x_2. Să se calculeze $x_1^2+x_2^2$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2-25}=12$.

5p 4. Să se calculeze $C_4^0-C_4^1+C_4^2-C_4^3+C_4^4$.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$, $B(5,6)$ și $C(-1,1)$. Să se determine ecuația medianei duse din vârful C al triunghiului ABC.

5p 6. Să se calculeze aria triunghiului MNP dacă $MN=6$, $NP=4$ și $m(\sphericalangle MNP)=30°$.

① $A=\{x\in\mathbb{N} \mid |2x-1|\le 1\}$ $\quad |2x-1|\le 1 \Leftrightarrow -1\le 2x-1\le 1 \,|+1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0\le 2x\le 2 \,|:2 \Leftrightarrow 0\le x\le 1$; $A=\{0;1\}$.

② $\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-3 \\ x_1x_2=\frac{c}{a}=-5 \end{cases}$ $\quad x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(-3)^2-2(-5)=$
$=9+10=19$

③ $x^2-25\ge 0$; $\quad \begin{array}{c|ccccc} x & -\infty & -5 & & 5 & +\infty \\ x^2-25 & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$ $\quad x\in(-\infty,-5]\cup[5,+\infty)$

$x^2-25=144 \Rightarrow x^2=169 \Rightarrow x_{1,2}=\pm 13$.

$x_1=-13$; $\sqrt{169-25}=12$ adev $\Rightarrow x_1=-13$ soluție

$x_1=13$ $\quad \sqrt{169-25}=12$ adev $\Rightarrow x_2=13$ soluție

④ $C_4^0-C_4^1+C_4^2-C_4^3+C_4^4=1-4+\frac{4\cdot 3}{1\cdot 2}-\frac{4\cdot 3\cdot 2}{1\cdot 2\cdot 3}+1=1-4+6-4+1=0$

⑤ $M\in(AB)$, $AM=MB$; $\quad x_M=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{1+5}{2}=3$ $\quad M(3;4)$

$y_M=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{2+6}{2}=4$

$CM: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_C & y_C & 1 \\ x_M & y_M & 1 \end{vmatrix}=0$ $\quad \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}=0$

$CM: x+3y-4-3-4x+y=0$; $CM: -3x+4y-7=0$
$CM: 3x-4y+7=0$

⑥ $\mathcal{A}_{\Delta MNP}=\frac{MN\cdot NP\cdot \sin(\widehat{MNP})}{2}=\frac{6\cdot 4\cdot \sin 30°}{2}=\frac{6\cdot 4\cdot \frac{1}{2}}{2}=\underline{\underline{6}}$

V 028

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine cea mai mică valoare a funcției $f:[-2,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=-3x+1$.

5p 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$. Să se calculeze $f(1)+f(2)+...+f(6)$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(2x+5)=\log_2(x^2+3x+3)$.

5p 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând unul dintre numerele C_4^2, C_5^2 și C_4^3, acesta să fie divizibil cu 3.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(1,5)$ și $C(4,2)$. Să se calculeze distanța de la punctul A la mijlocul segmentului BC.

5p 6. Se calculeze $\sin 60^\circ - \cos 30^\circ$.

① $a=-3<0 \Rightarrow f$ strict descrescătoare
$f(1)<f(x), \forall x\in[-2;1]$ $f(1)=-3+1=-2$ cea mai mică valoare

② $f(1)+f(2)+...+f(6)=2\cdot1-1+2\cdot2-1+...+2\cdot6-1=$
$=2(1+2+...+6)-6=2\cdot21-6=42-6=\underline{36}$

③ $\begin{cases}2x+5>0 \Rightarrow x>-\frac{5}{2}\\ x^2+3x+5>0\end{cases}$ $\Delta=9-20=-11<0\Rightarrow x^2+3x+5>0, \forall x\in\mathbb{R}$

C.E. $x\in\left(-\frac{5}{2};+\infty\right)$

$2x+5=x^2+3x+3$; $x^2+x-2=0$; $\Delta=1+8=9$; $x_{1,2}=\frac{-1\pm3}{2}=$

$=\begin{cases}x_1=-2\in\left(-\frac{5}{2};+\infty\right)\\ x_2=1\in\left(-\frac{5}{2};+\infty\right)\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-2\\ x_2=1\end{cases}$

④ 3 cazuri posibile
$C_4^2=\frac{4\cdot3}{1\cdot2}=6$; 3 ; $C_5^2=\frac{5\cdot4}{1\cdot2}=10$; $C_4^3=C_4^1=4$

1 caz favorabil $P=\frac{1}{3}$

⑤ $x_M=\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{1+4}{2}=\frac{5}{2}$; $y_M=\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{5+2}{2}=\frac{7}{2}$

$M\left(\frac{5}{2};\frac{7}{2}\right)$ $AM=\sqrt{(x_M-x_A)^2+(y_M-y_A)^2}=\sqrt{\left(\frac{5}{2}-2\right)^2+\left(\frac{7}{2}-3\right)^2}=$
$=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

⑥ $\sin 60^\circ-\cos30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}=0$

V 029

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării
Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $C_5^2 - A_4^2 + 6$.

5p 2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$. Să se calculeze $f(-6)+f(0)+f(6)+f(12)$.

5p 3. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x^2-1)=1$.

5p 4. Să se rezolve sistemul $\begin{cases}2x-y=3\\ x^2+2x-7=y\end{cases}$, unde $x\in\mathbb{R}$, $y\in\mathbb{R}$.

5p 5. Să se determine numerele reale *m* şi *n* pentru care punctele $A(3,-1)$ şi $B(1,1)$ se află pe dreapta de ecuaţie $x+my+n=0$.

5p 6. Să se calculeze $(\cos150^\circ+\cos30^\circ)(\sin120^\circ-\sin60^\circ)$.

① $C_5^2 - A_4^2 + 6 = \frac{5!}{2!(5-2)!} + \frac{4!}{(4-2)!} + 6 = \frac{5!}{2!\cdot 3!} - \frac{4!}{2!} + 6 =$

$= \frac{3!\cdot 4\cdot 5}{2!\cdot 3!} - \frac{2!\cdot 3\cdot 4}{2!} + 6 = \frac{20}{2} - 12 + 6 = 10 - 12 + 6 = \underline{4}$

② $f(-6)+f(0)+f(6)+f(12) = -9-3+3+9 = \underline{0}$

③ C.E $x^2-1>0$

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
x^2-1	$+$	0	$-$	0	$+$

$x\in(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

$\log_3(x^2-1) = \log_3 3$; $x^2-1=3$; $x^2=4$; $x_{1,2}=\pm2 \in D$

$\begin{cases}x_1=-2\\ x_2=2\end{cases}$

④ $\begin{cases}y=2x-3\\ x^2+2x-7=2x-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=2x-3\\ x^2=4 \Rightarrow x_{1,2}=\pm2\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=2\\ y_1=2\cdot2-3=1\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=-2\\ y_2=-7\end{cases}$

⑤ $A(3;-1)\in d \Rightarrow 3-m+n=0$
$B(1;1)\in d \Rightarrow 1+m+n=0$

$\begin{cases}-m+n=-3\\ m+n=-1\end{cases}$
$/\ 2n=-4$

$n=-2$
$m=2-1=1$
$\begin{cases}m=1\\ n=-2\end{cases}$

⑥ $(\cos150^\circ+\cos30^\circ)(\sin120^\circ-\sin60^\circ) =$
$= [-\cos(180^\circ-150^\circ)+\cos30^\circ][\sin(180^\circ-120^\circ)-\sin60^\circ] =$
$= (-\cos30^\circ+\cos30^\circ)(\sin60^\circ-\sin60^\circ) = \underline{0}$

V030

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze suma $1+2+2^2+2^3+...+2^7$.

5p 2. Să se arate că $(x-1)(x-2)>x-3$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x+3}=x$.

5p 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element n din mulțimea $\{1,2,3,4,5\}$, acesta să verifice inegalitatea $n^2\le 2^n$.

5p 5. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ pentru care dreptele $d_1: -2x-my+3=0$ și $d_2: mx+y-5=0$ sunt paralele.

5p 6. Să se calculeze $\sin 30^\circ - \cos 45^\circ + \sin 60^\circ$.

① $\div\div\ 1; 2; 2^2; 2^3; ...; 2^7$ $\quad a_1=1,\ q=2,\ n=8$

$S_n=\dfrac{a_1(q^n-1)}{q-1}$ $\quad S_8=\dfrac{1(2^8-1)}{2-1}=\dfrac{2^8-1}{1}=256-1=255$

② $x^2-x-2x+2-x+3>0;\quad x^2-4x+5>0;\ \Delta=16-20=-4<0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x_{1,2}\notin\mathbb{R}$

x	$-\infty$			$+\infty$
x^2-4x+5	+	+	+	+

$x^2-4x+5>0, \forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow (x-1)(x-2)>x-3, \forall x\in\mathbb{R}$

③ $2x+3\ge 0;\ x\ge -\frac{3}{2}$

$2x+3=x^2;\ x^2-2x-3=0;\ \Delta=4+12=16;\ x_{1,2}=\frac{2\pm4}{2}=\begin{cases}x_1=3\\ x_2=-1\end{cases}$

pt $x=3$; $\sqrt{2\cdot3+3}=3$ adev $\Rightarrow x=3$ soluție

pt $x=-1$ $\sqrt{2(-1)+3}=-1$ fals $\Rightarrow x=-1$ nu convine

④ 5 cazuri posibile

$1^2\le2^1$ adev; $2^2\le2^2$ adev; $3^2\le2^3$ fals; $4^2\le2^4$ adev

$5^2\le2^5$ adev $\quad$ 4 cazuri favorabile

$P=\frac{4}{5}$

⑤ $d_1 \parallel d_2 \Rightarrow \dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}\ne\dfrac{c_1}{c_2};\ \dfrac{-2}{m}=\dfrac{-m}{1};\ m^2=2 \Rightarrow m_{1,2}=\pm\sqrt{2}$

⑥ $\sin 30^\circ-\cos 45^\circ+\sin 60^\circ=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt2}{2}+\frac{\sqrt3}{2}=\frac{1-\sqrt2+\sqrt3}{2}$

V031

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1 = 1$ și $a_5 = 13$. Să se calculeze a_{2009}.

5p 2. Ecuația $x^2 + mx + 2 = 0$ are soluțiile x_1 și x_2. Să se determine valorile reale ale lui m pentru care $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 5$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2-x} = 4$.

5p 4. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = (m^2-1)x + m + 1$. Să se arate că $f(1) \geq -\frac{1}{4}$, oricare ar fi $m \in \mathbb{R}$.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,-1)$, $B(2,3)$ și $C(3,1)$. Să se determine coordonatele punctului D astfel încât patrulaterul $ABDC$ să fie paralelogram.

5p 6. Să se calculeze $\cos 80^\circ + \cos 100^\circ$.

(1) $a_n = a_1 + (n-1)r$; $a_5 = a_1 + 4r$; $1 + 4r = 13$; $4r = 12$; $r = 3$

$a_{2009} = a_1 + 2008r = 1 + 2008\cdot 3 = 1 + 6024 = \underline{6025}$

(2) $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -m$; $x_1x_2 = \frac{c}{a} = 2$; $(-m)^2 - 2\cdot 2 = 5$; $m^2 = 9$; $\underline{m_{1,2} = \pm 3}$

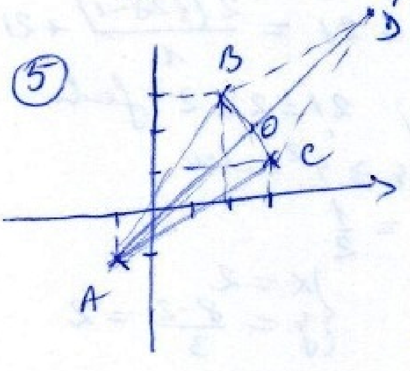
(3) $2^{x^2-x} = 2^2$; $x^2 - x = 2$; $x^2 - x - 2 = 0$

$\Delta = 1 - 4\cdot 1\cdot(-2) = 1 + 8 = 9$; $x_{1,2} = \frac{1\pm 3}{2} = \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$

(4) $f(1) = m^2 - 1 + m + 1 = m^2 + m$

$m^2 + m \geq -\frac{1}{4} \Leftrightarrow 4m^2 + 4m + 1 \geq 0$; $(2m+1)^2 \geq 0$, adev, $\forall m \in \mathbb{R}$

(5)



$AD \cap BC = \{O(x,y)\}$.

$\begin{cases} x_O = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2} \\ x_O = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{-1+x_D}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{-1+x_D}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow x_D = 6$

$\begin{cases} y_O = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{+1+3}{2} = 2 \\ y_O = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{-1+y_D}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{-1+y_D}{2} = 2 \Rightarrow y_D = 5$

$D(6,5)$

(6) $\cos 80^\circ + \cos 100^\circ = \cos 80^\circ - \cos(180^\circ - 100^\circ) = \cos 80^\circ - \cos 80^\circ = \underline{0}$

V032

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine rația unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_{10}-a_2=16$.

5p 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+3$. Să se calculeze $f(2)+f(2^2)+...+f(2^7)$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+1}=x-1$.

5p 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un element n al mulțimii $\{1,2,3,4\}$, acesta să verifice inegalitatea $n!\geq n^2$.

5p 5. Să se calculeze distanța de la punctul $O(0,0)$ la punctul de intersecție a dreptelor $d_1: 2x-y-2=0$ și $d_2: x+3y-8=0$.

5p 6. Să se verifice că în orice triunghi dreptunghic ABC, de ipotenuză BC, are loc relația $\sin^2 B+\sin^2 C=1$.

(1) $a_n = a_1+(n-1)r$; $(a_1+9r)-(a_1+r)=16$

$a_1+9r-a_1-r=16$; $8r=16$ $\underline{r=2}$

(3) $x+1\geq 0; x\geq -1$; $x+1=(x-1)^2$; $x+1=x^2-2x+1$

$x^2-3x=0$; $x(x-3)=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=3 \end{cases}$

pt $x=0$; $\sqrt{1}=-1$ fals $\Rightarrow x=0$ nu convine

pt $x=3$ $\sqrt{3+1}=3-1$ adev $\Rightarrow x=3$ soluție

(2) $f(2)+f(2^2)+...+f(2^7)=2+3+2^2+3+...+2^7+3=$

$=2+2^2+...+2^7+3\cdot 7=\frac{2(2^7-1)}{2-1}+21=\frac{2(128-1)}{1}+21=275$

(4) 4 cazuri posibile $1!\geq 1^2$ adev.; $2!=2\geq 2^2$ fals

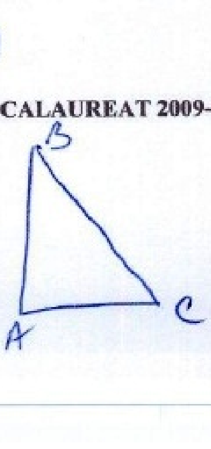
$3!=1\cdot 2\cdot 3\geq 3^2$ fals $4!=1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\geq 4^2$ adev.

2 cazuri favorabile $P=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

(5) $\begin{cases} 2x-y=2 \\ x+3y=8 \end{cases} \Big|\cdot 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-3y=6 \\ x+3y=8 \end{cases}$; $7x \;/ =14$; $\begin{cases} x=2 \\ y=\frac{8-2}{3}=2 \end{cases}$

$d_1\cap d_2=\{A(2;2)\}$ $AO=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

(6)



$\sin B=\frac{AC}{BC}$; $\sin C=\frac{AB}{BC}$; $AB^2+AC^2=BC^2$

$\sin^2 B+\sin^2 C=\frac{AC^2+AB^2}{BC^2}=\frac{BC^2}{BC^2}=1.$

V033

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1 = 2$ și $a_2 = 4$. Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai progresiei.

5p 2. Să se determine funcția de gradul al doilea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-(2m+1)x+3$, $m\in\mathbb{R}$, al cărei grafic are abscisa vârfului egală cu $\frac{7}{2}$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x-1}=3^{5-x}$.

5p 4. Să se calculeze $A_5^2 - P_3$.

5p 5. Să se determine numărul real m pentru care punctul $A(2,3)$ se află pe dreapta $d: 2x-y+m=0$.

5p 6. Să se calculeze aria triunghiului MNP știind că $MN=4$, $NP=6$ și $m(\sphericalangle MNP)=45^\circ$.

① $r = a_2 - a_1 = 4-2=2$; $a_{10} = a_1 + 9r = 2+9\cdot 2 = 20$

$S_n = \frac{n(a_1+a_{10})}{2}$; $S_{10} = \frac{10(2+20)}{2} = 110$

② $V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ $x_V = \frac{2m+1}{2}$; $\frac{2m+1}{2} = \frac{7}{2}$; $2m=6$; $\underline{m=3}$

③ $3^{2x-1} = 3^{5-x}$; $2x-1=5-x$; $3x=6$; $\underline{x=2}$

④ $A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{3!\cdot 4\cdot 5}{3!} = 20$; $P_3 = 3! = 1\cdot 2\cdot 3 = 6$

$A_5^2 - P_3 = 20-6 = \underline{14}$

⑤ $A(2;3)\in d \Rightarrow 2\cdot 2 - 3 + m = 0$; $4-3+m=0$; $\underline{m=-1}$

⑥ $\mathcal{A}_{\Delta MNP} = \frac{MN\cdot NP \sin N}{2} = \frac{4\cdot 6\cdot \sin 45^\circ}{2} = 12\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \underline{6\sqrt{2}}$

V034 34

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării

Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $(2x-1)^2 \le 9$.

5p 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$. Să se calculeze $f(0)+f(1)+f(2)+...+f(10)$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x^2+4)=\log_2(x+4)$.

5p 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând unul dintre numerele P_3, A_3^1 și C_4^3, acesta să fie divizibil cu 3.

5p 5. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctele $A(2,-3)$ și $B(-3,2)$.

5p 6. Să se determine aria unui triunghi ABC în care $AB=5, AC=6$ și $m(\sphericalangle BAC)=60^\circ$.

① $4x^2-4x+1-9\le 0$; $4x^2-4x-8\le 0 \,|:4$; $x^2-x-2\le 0$

$\Delta = 1-4\cdot 1\cdot(-2)=1+8=9$; $x_{1,2}=\frac{1\pm 3}{2} = \begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=2\end{cases}$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
x^2-x-2		$+$	0	$-$	0	$+$	

$x\in[-1,2]$

② $f(0)+f(1)+f(2)+...+f(10)=(0+1)+(1+1)+(2+1)+...+(10+1)=$
$=1+2+...+10+11 = S_{11}=\frac{11(1+11)}{2}=\underline{66}$

③ C.E. $\begin{cases} x^2+4>0 \\ x+4>0\end{cases} \Rightarrow x\in(-4,+\infty)$; $x^2+4=x+4$; $x^2-x=0$

$x(x-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=0\in(-4,+\infty) \\ x_2=1\in(-4,+\infty)\end{cases}$

④ 3 cazuri posibile

$P_3=3!=6\,\vdots\,3$; $A_3^1=3\,\vdots\,3$; $C_4^3=C_4^1=4\,\not\vdots\,3$

2 cazuri favorabile $P=\frac{2}{3}$

⑤ $AB: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ -3 & 2 & 1\end{vmatrix}=0$; $AB: -3x-3y+4-9-2x-2y=0$

$AB: -5x-5y-5=0 \,|:(-5)$

$AB: x+y+1=0$

⑥ $A_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC\cdot \sin A}{2}=\frac{5\cdot 6\cdot \sin 60^\circ}{2}=15\sin 60^\circ=\frac{15\sqrt{3}}{2}$

V035

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $\log_5 10 + \log_5 3 - \log_5 6$.

5p 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$. Să se calculeze $f(1)+f(2)+...+f(6)$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{x^2-x}=5^{5x-5}$.

5p 4. După două scumpiri succesive cu 10%, respectiv cu 20%, prețul unui produs este de 660 lei. Să se determine prețul inițial al produsului.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,-1)$ și $B(-2,2)$. Să se determine distanța dintre punctele A și B.

5p 6. În triunghiul MNP se cunosc $MN=3$, $MP=5$ și $m(\sphericalangle M)=60^\circ$. Să se calculeze lungimea laturii NP.

① $\log_5 10+\log_5 3-\log_5 6=\log_5 \frac{10\cdot 3}{6}=\log_5 5=1$

② $f(1)+f(2)+---+f(6)=(2\cdot 1+1)+(2\cdot 2+1)+---+(2\cdot 6+1)=$
$=3+5+---+13=S_6=\frac{6(3+13)}{2}=3\cdot 16=48$

③ $5^{x^2-x}=5^{5x-5}$; $x^2-x=5x-5$; $x^2-6x+5=0$
$\Delta=36-20=16$; $x_{1,2}=\frac{6\pm 4}{2}=\begin{cases}x_1=1\\ x_2=5\end{cases}$

④ $x+\frac{10x}{100}=x+\frac{x}{10}=\frac{11x}{10}$ după prima scumpire
$\frac{11x}{10}+\frac{20}{100}\cdot\frac{11x}{10}=\frac{11x}{10}+\frac{11x}{50}=\frac{66x}{50}$ prețul după a doua scumpire
$\frac{66x}{50}=660 \mid :66$ $\quad \frac{x}{50}=10 \Rightarrow x=500$ lei

⑤ $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(-2-2)^2+(2+1)^2}=\sqrt{16+9}=5$

⑥ $NP^2=MN^2+MP^2-2MN\cdot MP\cdot\cos M=9+25-2\cdot 3\cdot 5\cdot\cos 60^\circ=$
$=34-2\cdot 3\cdot 5\cdot\frac{1}{2}=34-15=19$; $NP=\sqrt{19}$

V.036

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine numerele reale a și b pentru care $(a-3)^2+(b+2)^2=0$.

5p 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5-x$. Să se calculeze $f(0)\cdot f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(5)$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(3x-1)=\log_3(2x+1)$.

5p 4. Să se demonstreze că parabola asociată funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2mx+m^2+1$ este situată deasupra axei Ox, oricare ar fi $m\in\mathbb{R}$.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(2,3)$ și $C(3,m)$. Să se determine numărul real m pentru care punctele A, B și C sunt coliniare.

5p 6. Raza cercului circumscris triunghiului ABC are lungimea de 3 și $AC=6$. Să se calculeze $\sin B$.

(1) $(a-3)^2+(b+2)^2=0$, $a,b\in\mathbb{R}$ $\Rightarrow \begin{cases} a-3=0 \\ b+2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-2\end{cases}$

(2) $f(5)=5-5=0$; $f(0)\cdot f(1)\cdot f(2)\cdots f(5)=0$

(3) $\begin{cases} 3x-1>0 \\ 2x+1>0\end{cases} \Leftrightarrow x>\frac{1}{3}$ $\quad 3x-1=2x+1$; $3x-2x=1+1$; $x=2$.

(4) $a=1>0 \Rightarrow f$ admite un minim
$\Delta=(-2m)^2-4(m^2+1)=4m^2-4m^2-4=-4<0$ $\Bigg\}\Rightarrow$ parabola este deasupra axei Ox

(5) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & m & 1\end{vmatrix}=0$; $3+3+2m-9-m-2=0$
$m=5$

(6) $\frac{AC}{\sin B}=2R$; $\sin B=\frac{AC}{2R}=\frac{6}{2\cdot 3}=1$.

V. 037

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $2^{x^2}=16$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2-x$. Să se calculeze $f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(10)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2-x-2}=x-2$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii $\{3,4,5,6\}$, acesta să verifice inegalitatea $n(n-1)\geq 20$.

5p **5.** Să se determine coordonatele simetricului punctului $A(2,-4)$ față de punctul $B(1,-2)$.

5p **6.** Să se calculeze $\sin^2 80^\circ+\sin^2 10^\circ$.

(1) $2^{x^2}=2^4 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x_{1,2}=\pm 2$

(2) $f(2)=2-2=0;\quad f(1)\cdot f(2)\cdots f(10)=0$

(3) C.E. $x^2-x-2\geq 0;\quad \Delta=1-4\cdot1\cdot(-2)=1+8=9$

$x_{1,2}=\frac{1\pm3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1=-1\\ x_2=2\end{cases}$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
x^2-x-2		$+$	0	$-$	0	$+$	

$x\in(-\infty,-1]\cup[2,+\infty)$

$x^2-x-2=(x-2)^2;\quad x^2-x-2=x^2-4x+4;\quad 3x=6;\ x=2$

$\sqrt{4-2-2}=2-2$ adev. $\Rightarrow$ $\underline{x=2}$ soluție

(4) 4 cazuri posibile

$3(3-1)\geq 20$ fals; $4(4-1)\geq 20$ fals; $5(5-1)\geq 20$ adev.

$6(6-1)\geq 20$ adev; 2 cazuri favorabile $P=\frac{2}{4}=\underline{\frac{1}{2}}$

(5) $A'(x,y)$; $B\in(AA')$; $AB=BA'$;

$\begin{cases} x_B=\frac{x_A+x_{A'}}{2} \Rightarrow 1=\frac{2+x_{A'}}{2} \Rightarrow 2=2+x_{A'} \Rightarrow x_{A'}=0\\ y_B=\frac{y_A+y_{A'}}{2} \Rightarrow -2=\frac{-4+y_{A'}}{2} \Rightarrow -4=-4+y_{A'} \Rightarrow y_{A'}=0\end{cases}$

$A'(0;0)$

(6) $\sin^2 80^\circ+\sin^2 10^\circ=\sin^2 80^\circ+\cos^2(90^\circ-10^\circ)=\sin^2 80^\circ+\cos^2 80^\circ=\underline{1}$

V038

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării
Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq 1}$ în care $b_1 = 2$ şi $b_2 = 6$. Să se calculeze b_5.

5p **2.** Să se determine numerele reale m pentru care minimul funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+mx+2$ este egal cu $-\frac{1}{4}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x-5}=3^{x^2-8}$.

5p **4.** Să se rezolve ecuaţia $C_n^2 = 21$, $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$.

5p **5.** Să se determine ecuaţia dreptei care trece prin punctul $A(1,1)$ şi are panta egală cu 1.

5p **6.** În triunghiul ABC se cunosc $AB = AC = 6$ şi $BC = 6\sqrt{3}$. Să se calculeze $\cos B$.

① $q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{6}{2}=3$; $b_5=b_1\cdot q^4=2\cdot 3^4=2\cdot 81=\underline{162}$

② $a=1>0 \Rightarrow f$ admite un minim

$y_{min}=-\frac{\Delta}{4a}$; $\Delta=m^2-8$; $y_{min}=-\frac{m^2-8}{4}$

$-\frac{m^2-8}{4}=-\frac{1}{4}$; $m^2-8=1$; $m^2=9 \Rightarrow \underline{m_{1,2}=\pm 3}$

③ $3^{2x-5}=3^{x^2-8} \Rightarrow x^2-8=2x-5$; $x^2-2x-3=0$

$\Delta=4-4\cdot1\cdot(-3)=4+12=16$; $x_{1,2}=\frac{2\pm4}{2}=\begin{cases}x_1=-1\\ x_2=3\end{cases}$

④ $\frac{n(n-1)}{2}=21$; $n^2-n-42=0$; $\Delta=1+168=169$

$n_{1,2}=\frac{1\pm13}{2}=\begin{cases}n_1=-6\notin\mathbb{N}, \text{ nu convine}\\ n_2=7 \text{ soluţie}\end{cases}$ $\underline{n=7}$

⑤ $y-y_A=m(x-x_A)$

$y-1=1(x-1)$; $\underline{x-y=0}$

⑥ $\cos B=\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot AC}=\frac{36+3\cdot36-36}{2\cdot6\cdot6\sqrt{3}}=\frac{3\cdot36}{2\cdot36\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{2\cdot3}=$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}$

V039

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p	**1.** Să se calculeze $\log_2 4+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-\sqrt[3]{8}$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3-2x$. Să se calculeze $f(0)+f(1)+f(2)+...+f(6)$.
5p	**3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{169-x^2}=12$.
5p	**4.** Câte numere formate din 3 cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $A=\{1,2,3,4\}$?
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$, $B(1,1)$, $C(3,-1)$. Să se calculeze lungimea medianei duse din vârful A al triunghiului ABC.
5p	**6.** Să se calculeze aria unui triunghi dreptunghic care are un unghi de $60°$ și ipotenuza de lungime 8.

① $\log_2 4+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-\sqrt[3]{8}=2+2-2=\underline{\underline{2}}$

② $f(0)+f(1)+f(2)+\dots+f(6)=(3-2\cdot 0)+(3-2\cdot 1)+(3-2\cdot 2)+\dots$
$\dots+(3-2\cdot 6)=3+1-1+\dots(-9)$
$\div\ 3;1;-1;\dots;-9 \quad a_1=3;\ r=-2;\ n=7$
$f(0)+f(1)+f(2)+\dots+f(6)=\frac{7(3-9)}{2}=\frac{7\cdot(-6)}{2}=\underline{\underline{-21}}$

③ $169-x^2\geq 0;$

x	$-\infty$		-13		13		$+\infty$
$169-x^2$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$x\in[-13;13]$

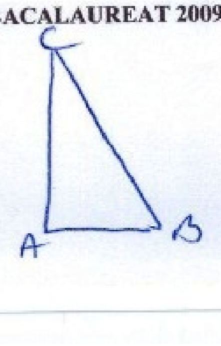
$169-x^2=144;\ x^2=25;\ x_{1,2}=\pm 5$
pt $x_1=-5$; $\sqrt{169-25}=12$ adev. $\Rightarrow x_1=-5$ soluție
pt $x_2=5$; $\sqrt{169-25}=12$ adev $\Rightarrow x_2=5$ soluție

④ $A_4^3=4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=24$ numere

⑤ $M\in(BC);\ BM=MC;$ $\begin{cases} x_M=\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{1+3}{2}=2; \\ y_M=\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{1-1}{2}=0; \end{cases}$ $M(2;0)$

$AM=\sqrt{(x_M-x_A)^2+(y_M-y_A)^2}=\sqrt{(2-2)^2+(0-4)^2}=\sqrt{16}=\underline{4}$

⑥



$m(\hat{B})=60°\Rightarrow m(\hat{C})=30°\Rightarrow AB=\frac{BC}{2}=\frac{8}{2}=4$
$AC^2=BC^2-AB^2=64-16=48;\ AC=4\sqrt{3}$
$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC}{2}=\frac{4\cdot 4\sqrt{3}}{2}=\underline{8\sqrt{3}}$

V040

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării
Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se formeze o ecuaţie de gradul al doilea, ştiind că aceasta are soluţiile $x_1 = 2$ şi $x_2 = 3$.

5p 2. Să se rezolve sistemul de ecuaţii $\begin{cases} x+y-2=0 \\ x^2-2x+y=0 \end{cases}$, unde $x\in\mathbb{R}$, $y\in\mathbb{R}$.

5p 3. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(9-x^2)=1$.

5p 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element n al mulţimii $A=\{1,2,3,4\}$, acesta să verifice inegalitatea $n!<5$.

5p 5. Să se calculeze $\frac{\sin 135^\circ}{\cos 45^\circ}$.

5p 6. Să se calculeze aria triunghiului ABC în care $AB=8, AC=4$ şi $m(\sphericalangle BAC)=45^\circ$.

① $S = x_1+x_2 = 2+3=5$; $P = x_1x_2 = 2\cdot 3 = 6$; $x^2-Sx+P=0$; $x^2-5x+6=0$

② $\begin{cases} y = 2-x \\ x^2-2x+2-x=0 \end{cases} \iff \begin{cases} y=2-x \\ x^2-3x+2=0 \end{cases}$ $\Delta = 9-8=1$ $x_{1,2}=\frac{3\pm1}{2} = \begin{cases} x_1=2 \\ x_2=1 \end{cases}$

$y=2-x$ $\begin{cases} x_1=2 \\ y_1=2-2=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=1 \\ y_2=2-1=1 \end{cases}$

③ $9-x^2>0$

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
$9-x^2$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$x\in(-3,3)$

$\log_5(9-x^2)=\log_5 5$; $9-x^2=5$; $x^2=4 \Rightarrow x_{1,2}=\pm2\in(-3,3)$

④ 4 cazuri posibile
$1!<5$ adev.; $2!<5$ adev.; $3!<5$ fals; $4!<5$ fals
2 cazuri favorabile $P=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{\sin 135^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{\sin(180^\circ-135^\circ)}{\cos 45^\circ} =$
$= \frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{\frac{\sqrt2}{2}}{\frac{\sqrt2}{2}} = 1.$

⑥ $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{AB\cdot AC \sin(\widehat{BAC})}{2} = \frac{8\cdot4\sin45^\circ}{2} = \frac{8\cdot4\cdot\frac{\sqrt2}{2}}{2} = 8\sqrt2$

V041

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine soluțiile reale ale inecuației $x^2-9\le 0$.

5p 2. Să se arate că punctul $A\left(\frac{2010}{2009},2\right)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2009x-2008$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $9^x-4\cdot 3^x+3=0$.

5p 4. Să se determine numărul real x, știind că șirul $1, 2x+1, 9, 13, \ldots$ este progresie aritmetică.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(1,2)$ și $N(2,1)$. Să se determine ecuația dreptei MN.

5p 6. Să se calculeze $\operatorname{tg}^2 30^\circ+\operatorname{ctg}^2 45^\circ$.

(1) $\begin{array}{c|ccccc} x & -\infty & -3 & & 3 & +\infty \\ \hline x^2-9 & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$ $x\in[-3,3]$

(2) $f\left(\frac{2010}{2009}\right)=2009\cdot\frac{2010}{2009}-2008=2010-2008=2 \Rightarrow$

$\Rightarrow A\left(\frac{2010}{2009};2\right)\in G_f$

(3) notăm $3^x=t>0$

$t^2-4t+3=0$; $\Delta=16-12=4$; $t_{1,2}=\frac{4\pm2}{2}=\Big\langle \begin{matrix} t_1=1 \\ t_2=3\end{matrix}$

$t_1=1 \Rightarrow 3^x=1\Rightarrow x_1=0$

$t_2=3\Rightarrow 3^x=3\Rightarrow x_2=1$.

(4) $\div\ 1, 2x+1; 9; 13; \ldots \Rightarrow 2x+1=\frac{1+9}{2}$; $2x+1=5\Rightarrow x=2$

(5) $MN: \begin{vmatrix} x & y & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 1\end{vmatrix}=0$; $MN: 2x+2y+1-4-x-y=0$

$MN: x+y-3=0$

(6) $tg^2 30^\circ+ctg^2 45^\circ=\left(\frac{1}{\sqrt3}\right)^2+1^2=\frac13+\overset{3)}{1}=\frac43$

V. 042

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1 = 6$ și $a_2 = 5$. Să se calculeze a_7.

5p 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 3$. Să se rezolve inecuația $f(x) \leq 12$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x - 6\cdot 2^x + 8 = 0$.

5p 4. Câte numere formate din 4 cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $A = \{1,2,3,4,5\}$?

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,-1)$, $B(1,1)$ și $C(0,-2)$. Să se demonstreze că triunghiul ABC este dreptunghic în A.

5p 6. Să se calculeze $\cos 10° + \cos 20° + \cos 160° + \cos 170°$.

① $r = a_2 - a_1 = -1$; $a_7 = a_1 + 6r = 6 + 6(-1) = 6 - 6 = 0$

② $x^2+3 \leq 12$; $x^2 - 9 \leq 0$;

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
x^2-9		$+$	0	$-$	0	$+$	

$x \in [-3, 3]$

③ notăm $2^x = t > 0$
$t^2 - 6t + 8 = 0$; $\Delta = 36 - 32 = 4$; $t_{1,2} = \frac{6\pm 2}{2} = \left\langle \begin{array}{l} t_1 = 2 \\ t_2 = 4 \end{array}\right.$

$t_1 = 2$; $2^x = 2 \Rightarrow x_1 = 1$
$t_2 = 4$; $2^x = 4 \Rightarrow x_2 = 2$

④ $A_5^4 = 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 120$ numere

⑤ $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = (1+1)^2 + (1+1)^2 = 4+4 = 8$
$AC^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 = (0+1)^2 + (-2+1)^2 = 1+1 = 2$
$BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 = (0-1)^2 + (-2-1)^2 = 1+9 = 10$
$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ dreptunghic ; $m(\hat{A}) = 90°$

⑥ $\cos 10° + \cos 20° + \cos 160° + \cos 170° = \cos 10° + \cos 20° - \cos(180° - 160°) - \cos(180° - 170°) = \cos 10° + \cos 20° - \cos 20° - \cos 10° = 0$

V043

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine soluțiile reale ale sistemului $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$.

5p 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+5$. Să se calculeze $f(2)+f(2^2)+\ldots+f(2^5)$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x^2+3x-2}=8$.

5p 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element n al mulțimii $\{2,3,4,5\}$, acesta să verifice inegalitatea $n^2+n>n!$.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,-1)$ și $B(-2,a)$, $a\in\mathbb{R}$. Să se determine numărul real a astfel încât dreapta AB să conțină punctul $O(0,0)$.

5p 6. Să se calculeze $\cos x$, știind că $\sin x=\frac{3}{5}$ și măsura unui unghi ascuțit.

1) $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$ $\quad x=2 \quad$ $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

$2x\ / =4 \quad\quad 2+y=3 \Rightarrow y=1$

2) $f(2)+f(2^2)+\ldots+f(2^5)=(2+5)+(2^2+5)+\ldots+(2^5+5)=$

$=2+2^2+\ldots+2^5+5\cdot5$

$\div\div\ 2;2^2;\ldots;2^5 \quad a_1=2;\ q=2;\ n=5$

$S_n=\frac{a_1(q^n-1)}{q-1}$; $\quad S_5=\frac{2(2^5-1)}{2-1}=\frac{2(32-1)}{1}=2\cdot31=62$

$f(2)+f(2^2)+\ldots+f(2^5)=62+25=87$

3) $2^{2x^2+3x-2}=2^3 \Rightarrow 2x^2+3x-2=3;\quad 2x^2+3x-5=0$

$\Delta=9+40=49;\quad x_{1,2}=\frac{-3\pm7}{4}=\Big\langle \begin{matrix} x_1=-\frac{10}{4}=-\frac{5}{2} \\ x_2=\frac{4}{4}=1. \end{matrix}$

4) 4 cazuri posibile
$2^2+2>2!$ adev; $3^2+3>3!$ adev; $4^2+4>4!$ fals; $5^2+5>5!$ fals
2 cazuri favorabile $\quad P=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

5) A,B,O - coliniare $\Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & a & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}=0;\quad 2a-2=0 \Rightarrow a=1.$

6) $\cos x=\sqrt{1-\sin^2 x}=\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}=\sqrt{\frac{25}{1}-\frac{9}{25}}=\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$

V044

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării
Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_2 = 5$ şi $r = 3$. Să se calculeze a_8.

5p 2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x+2$. Să se calculeze suma $f(3)+f(3^2)+\ldots+f(3^5)$.

5p 3. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(2x+1)=1$.

5p 4. Să se calculeze numărul submulţimilor cu 2 elemente ale unei mulţimi care are 6 elemente.

5p 5. Să se determine coordonatele mijlocului segmentului AB, ştiind că $A(5,-4)$ şi $B(-3,6)$.

5p 6. Să se calculeze $\sin^2 150^\circ + \cos^2 30^\circ$.

① $a_1 = a_2 - r = 5-3 = 2$; $a_8 = a_1 + 7r = 2+7\cdot 3 = \underline{23}$

② $f(3)+f(3^2)+\ldots+f(3^5) = (3+2)+(3^2+2)+\ldots+(3^5+2) =$
$= (3+3^2+\ldots+3^5) + 2\cdot 5 = \frac{3(3^5-1)}{3-1} + 10 = \frac{3\cdot 242}{2} + 10 = \underline{373}$

$\div\div\ 3; 3^2; \ldots; 3^5$ $\quad S_n = \frac{a_1(q^n-1)}{q-1}$

③ C.E. $2x+1>0$; $x\in\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$
$\log_5(2x+1) = \log_5 5$; $2x+1=5$; $2x=4$; $x=2\in\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$

④ $C_6^2 = \frac{6\cdot 5}{1\cdot 2} = 15$ submulţimi

⑤ $M\in(AB)$; $AM=MB$
$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A+x_B}{2} = \frac{5-3}{2} = 1 \\ y_M = \frac{y_A+y_B}{2} = \frac{-4+6}{2} = 1 \end{cases} \quad M(1;1)$$

⑥ $\sin^2 150^\circ + \cos^2 30^\circ = \sin^2(180^\circ - 150^\circ) + \cos^2 30^\circ =$
$= \sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = 1.$

V. 045

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2+4x-5$.

5p 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-4$. Să se calculeze $f(1)+f(2)+...+f(10)$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(10-x)=2$.

5p 4. Să se rezolve ecuația $A_n^2=12,\ n\in\mathbb{N},\ n\geq 2$.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$, $B(5,2)$ și $C(3,-1)$. Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC.

5p 6. Să se determine probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $A=\{\sin 30^\circ, \sin 45^\circ, \sin 60^\circ\}$, acesta să fie număr rațional.

① $V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$; $x_V=-\frac{4}{2}=-2$; $y_V=-\frac{36}{4}=-9$ $\underline{V(-2;-9)}$

$\Delta=16+20=36$

② $f(1)+f(2)+\dots+f(10)=(3\cdot1-4)+(3\cdot2-4)+\dots+(3\cdot10-4)=$

$=-1+2+\dots+26$ $\quad \div\ -1,2,\dots,26;\quad a_1=-1;\ r=3;\ n=10$

$S_{10}=\frac{10(-1+26)}{2}=125$

③ C.E. $10-x>0;\ -x>-10\ |(-1);\ x\in(-\infty,10)$

$\log_3(10-x)=\log_3 3^2;\ 10-x=9;\ -x=-1;\ \underline{x=1}\in(-\infty;10)$

④ $n(n-1)=12;\quad n^2-n-12=0;\quad \Delta=1-4\cdot1\cdot(-12)=1+48=49$

$n_{1,2}=\frac{1\pm7}{2}=\begin{cases} n_1=4 \\ n_2=-3\notin\mathbb{N},\ \text{nu convine}\end{cases}$ $\quad \underline{n=4}$ soluție

⑤ $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(5-1)^2+(2-2)^2}=4$

$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(3-1)^2+(-1-2)^2}=\sqrt{13}$

$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(3-5)^2+(-1-2)^2}=\sqrt{13}$

$P_{\Delta ABC}=AB+AC+BC=4+\sqrt{13}+\sqrt{13}=4+2\sqrt{13}$

⑥ 3 cazuri posibile $\quad \sin 30^\circ=\frac{1}{2}\in\mathbb{Q};\ \sin 45^\circ=\frac{\sqrt2}{2}\notin\mathbb{Q}$

$\sin 60^\circ=\frac{\sqrt3}{2}\notin\mathbb{Q}$

1 caz favorabil $\quad P=\underline{\frac{1}{3}}$

V 046

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării

Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq1}$ în care $b_1 = 1$ și $b_2 = 3$. Să se calculeze b_4.

5p **2.** Ecuația $x^2 - x + m = 0$ are soluțiile x_1 și x_2. Să se determine numărul real m pentru care $\frac{1}{x_1+1}+\frac{1}{x_2+1}=-\frac{3}{4}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2-4}+\sqrt{x-2}=0$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element n al mulțimii $\{1,2,3,4\}$, acesta să verifice inegalitatea $3^n > n^3$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,-1)$ și $B(3,1)$. Să se determine coordonatele simetricului punctului A față de punctul B.

5p **6.** Să se calculeze aria triunghiului MNP, știind că $MN = 10$, $NP = 4$ și $m(\sphericalangle MNP) = 60°$.

① $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{3}{1} = 3$; $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$; $b_4 = 1 \cdot 3^3 = \underline{27}$

② $\frac{\overset{4(x_2+1)}{1}}{x_1+1} + \frac{\overset{4(x_1+1)}{1}}{x_2+1} = -\frac{\overset{(x_1+1)(x_2+1)}{3}}{4}$; $4x_2+4+4x_1+4 = -3(x_1x_2+x_1+x_2+1)$

$3x_1x_2 + 7(x_1+x_2) + 11 = 0$

$x_1+x_2 = -\frac{b}{a} = 1$; $x_1x_2 = \frac{c}{a} = m$

$3m + 7 + 11 = 0$; $3m = -18$; $\underline{m = -6}$

③ C.E $\begin{cases} x^2-4 \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [2, +\infty)$ $\sqrt{x^2-4} = -\sqrt{x-2}$; $x^2-4 = x-2$

$x^2 - x - 2 = 0$; $\Delta = 1+8 = 9$; $x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} x_1 = 2 \in [2, +\infty) \\ x_2 = -1 \notin [2,+\infty), \text{ nu convine} \end{cases}$

pt $x = 2$; $\sqrt{2^2-4} + \sqrt{2-2} = 0$ adev.

$\underline{x = 2}$ soluție

④ 4 cazuri posibile; $3^1 > 1^3$ adev; $3^2 > 2^3$ adev; $3^3 > 3^3$ fals; $3^4 > 4^3$ adev

3 cazuri favorabile $P = \underline{\frac{3}{4}}$

⑤ A' simetricul lui A față de B => B mijlocul segm [AA']

$\begin{cases} x_B = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \Rightarrow x_{A'} = 2x_B - x_A = 2\cdot3-5 = 1 \\ y_B = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Rightarrow y_{A'} = 2y_B - y_A = 2\cdot1+1 = 3 \end{cases}$ $\boxed{A'(1;3)}$

⑥ $A_{\Delta MNP} = \frac{MN \cdot NP \cdot \sin N}{2} = \frac{10 \cdot 4 \cdot \sin 60°}{2} = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \underline{10\sqrt{3}}$

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1 = 7$ şi $a_7 = 37$. Să se calculeze suma primilor zece termeni ai progresiei.

5p 2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=7-x$. Să se calculeze $f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(7)$.

5p 3. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{\sqrt{x-1}} = 4$.

5p 4. Să se calculeze $C_7^5 - C_6^5 - C_6^4$.

5p 5. Să se determine numărul real pozitiv a astfel încât distanţa dintre punctele $A(2,-1)$ şi $B(-1,a)$ să fie egală cu 5.

5p 6. Să se calculeze aria unui triunghi echilateral care are lungimea înălţimii egală cu $3\sqrt{3}$.

(1) $a_n = a_1 + (n-1)r$; $a_7 = a_1 + 6r$; $7+6r=37$; $r=5$

$a_{10} = a_1 + 9r = 7 + 9\cdot 5 = 52$; $S_n = \dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$

$S_{10} = \dfrac{10(7+52)}{2} = \underline{295}$

(2) $f(7) = 7-7 = 0$; $f(1)\cdot f(2)\cdots f(7) = 0$

(3) C.E. $x-1 \geq 0$; $x\in[1,+\infty)$

$2^{\sqrt{x-1}} = 2^2$; $\sqrt{x-1} = 2$; $x-1=4$; $x=5\in[1,+\infty)$, $\underline{x=5}$

(4) $C_7^5 - C_6^5 - C_6^4 = C_7^2 - C_6^1 - C_6^2 = \dfrac{7\cdot 6}{1\cdot 2} - 6 - \dfrac{6\cdot 5}{1\cdot 2} = 21-6-15 = \underline{\underline{0}}$

(5) $AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2} = \sqrt{(-1-2)^2+(a+1)^2} = \sqrt{9+(a+1)^2}$

$\sqrt{9+(a+1)^2} = 5$; $9+(a+1)^2 = 25$; $(a+1)^2 = 16 \Rightarrow$

$\Rightarrow a+1 = \pm 4$; $a+1 = 4 \Rightarrow a_1 = 3$

$a+1=-4 \Rightarrow a_2 = -5 < 0$, nu convine

$a = 3$ soluţie

(6) $h = \dfrac{l\sqrt{3}}{2}$; $\dfrac{l\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \Rightarrow l = 6$

$A_\Delta = \dfrac{l^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{36\sqrt{3}}{4} = \underline{\underline{9\sqrt{3}}}$

V048

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1 = 3$ și $a_3 = 7$. Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai progresiei.

5p **2.** Să se determine numerele reale *m* pentru care punctul $A(m,-1)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+1$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(2x+3)=2$.

5p **4.** Să se calculeze numărul submulțimilor cu 3 elemente ale unei mulțimi care are 5 elemente.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,-2)$, $B(1,2)$ și $C(2,-1)$. Să se calculeze distanța de la punctul *C* la mijlocul segmentului *AB*.

5p **6.** Triunghiul *ABC* are $AB=8$, $AC=8$ și $m(\sphericalangle BAC)=30^\circ$. Să se calculeze aria triunghiului *ABC*.

① $\div\ a_1=3;\ a_3=7 \qquad 3+2r=7 \Rightarrow r=\frac{7-3}{2}=2.$

$S_{10}=\frac{10(a_1+a_{10})}{2};\quad a_{10}=a_1+9r=3+9\cdot 2=21$

$S_{10}=\frac{10(3+21)}{2}=\underline{120}$

② $f(m)=-1;\quad m^2-3m+1=-1;\quad m^2-3m+2=0$

$\Delta=9-8=1;\quad m_{1,2}=\frac{3\pm1}{2}=\begin{cases} m_1=1\\ m_2=2.\end{cases}$

③ $2x+3>0 \Rightarrow x>-\frac{2}{3} \qquad \log_5(2x+3)=\log_5 5^2$

$2x+3=25;\quad 2x=22;\quad \underline{x=11}$

④ $C_5^3=\frac{5\cdot4\cdot3}{1\cdot2\cdot3}=10$

⑤ $x_M=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{-1+1}{2}=0;\quad y_M=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{-2+2}{2}=0$

$M(0;0) \qquad CM=\sqrt{2^2+(-1)^2}=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$

⑥ $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC\sin(\widehat{BAC})}{2}=\frac{8\cdot8\cdot\sin30^\circ}{2}=\frac{8\cdot8\cdot\frac{1}{2}}{2}=\underline{16}$

V 049

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze suma $1+11+21+31+...+111$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+4$. Să se determine valorile numărului real m pentru care punctul $A(m,4)$ aparține graficului funcției f.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2+x+1}=8$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element n al mulțimii $\{1,2,3,4\}$, acesta să verifice inegalitatea $2^n<n!$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(m^2,m)$ și dreapta de ecuație $d:x+y+m=0$. Să se determine valorile reale ale lui m pentru care punctul A aparține dreptei d.

5p **6.** Să se calculeze aria triunghiului MNP, știind că $MN=NP=6$ și $m(\sphericalangle MNP)=120°$.

① $\div\, 1; 11; 21; 31; ...; 111$ $\quad a_1=1,\ r=10;\ a_n=a_1+(n-1)r$

$1+(n-1)\cdot 10=111;\quad n-1=11 \Rightarrow n=12$

$S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2};\quad S_{12}=\dfrac{12(1+111)}{2}=\underline{672}$

② $A(m,4)\in G_f \Rightarrow m^2-2m+4=4;\quad m(m-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} m_1=0 \\ m_2=2 \end{cases}$

③ $2^{x^2+x+1}=2^3;\quad x^2+x+1=3;\quad x^2+x-2=0$

$\Delta=1+8=9;\quad x_{1,2}=\dfrac{-1\pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1=-2 \\ x_2=1 \end{cases}$

④ 4 cazuri posibile

$2^1<1!$ fals; $2^2<2!$ fals; $2^3<3!$ fals; $2^4<4!$ adev.

1 caz favorabil $\quad P=\dfrac{1}{4}$

⑤ $A(m^2,m)\in d \Rightarrow m^2+m+m=0;\quad m(m+2)=0 \Rightarrow \begin{cases} m_1=0 \\ m_2=-2 \end{cases}$

⑥ $\mathcal{A}_{\Delta MNP}=\dfrac{MN\cdot NP\cdot \sin N}{2}=\dfrac{6\cdot 6\cdot \sin 120°}{2}=$

$=\dfrac{6\cdot 6\cdot \sin(180°-120°)}{2}=\dfrac{6\cdot 6\cdot \sin 60°}{2}=3\cdot 6\cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}=$

$=\underline{9\sqrt{3}}$

V 050

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine elementele mulțimii $A=\{x\in\mathbb{N} \mid 3x+2\geq 4x-1\}$.

5p 2. Să se determine coordonatele punctelor de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-3$ cu axele de coordonate.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2-4}=2$.

5p 4. Suma de 500 de lei a fost depusă la o bancă cu o rată a dobânzii de 8 %. Să se calculeze dobânda obținută după un an.

5p 5. Să se determine coordonatele vectorului $\vec{v}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$, știind că $A(2,3)$ și $B(-1,5)$.

5p 6. Să se calculeze aria unui triunghi echilateral care are perimetrul egal cu 6.

① $\begin{cases}3x+2\geq 4x-1\\ x\in\mathbb{N}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-x\geq -3\\ x\in\mathbb{N}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\leq 3\\ x\in\mathbb{N}\end{cases}$ $A=\{0,1,2,3\}$.

② $G_f \cap Ox=\{(\frac{3}{2};0)\}$ $\quad G_f\cap Oy=\{(0;-3)\}$.
$y=0 \Rightarrow 2x-3=0 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$ $\quad \begin{cases}x=0\\ y=f(0)=-3\end{cases}$

③ $x^2-4\geq 0$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
x^2-4		$+$	0	$-$	0	$+$	

$x\in(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

$x^2-4=4$
$x^2=8 \Rightarrow x_{1,2}=\pm\sqrt{8}=\pm 2\sqrt{2}$
pt $x_1=-2\sqrt{2}$; $\sqrt{8-4}=2$ adev $\Rightarrow x_1=-2\sqrt{2}$ soluție
pt $x_2=2\sqrt{2}$; $\sqrt{8-4}=2$ adev $\Rightarrow x_2=2\sqrt{2}$ soluție

④ $500\cdot\frac{8}{100}=40$ $\quad$ dobânda $=40$ lei

⑤ $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+3\vec{j}$ $\quad \overrightarrow{OB}=-\vec{i}+5\vec{j}$
$\vec{v}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{i}+5\vec{j}=\vec{i}+8\vec{j}$; $\vec{v}(1,8)$

⑥ $P=6 \Rightarrow 3l=6 \Rightarrow l=2$
$A_\Delta=\frac{l^2\sqrt{3}}{4}=\frac{4\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}$

V051

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării

Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine numărul real x ştiind că numerele $x+1$, $2x-3$ şi $x-3$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **2.** După o reducere a preţului cu 10%, un produs costă 99 lei. Să se determine preţul produsului înainte de reducere.

5p **3.** Să se calculeze $C_{2009}^{2}-C_{2009}^{2007}$.

5p **4.** Să se determine funcţia de gradul al II-lea al cărei grafic conţine punctele $A(1;3)$, $B(0;5)$ şi $C(-1;11)$.

5p **5.** În triunghiul ABC punctele M, N, P sunt mijloacele laturilor AB, BC, respectiv AC. Să se arate că $\overline{AM}+\overline{AP}=\overline{AN}$.

5p **6.** În triunghiul ABC se dau $AB=BC=3$ şi $AC=3\sqrt{2}$. Să se determine $\cos A$.

① $\div\ x+1;\ 2x-3;\ x-3 \Rightarrow 2(2x-3)=(x+1)+(x-3)$

$4x-6=2x-2;\quad 2x=4 \Rightarrow \underline{x=2}$

② $x-\frac{10x}{100}=99;\quad x-\frac{x}{10}=99;\quad 9x=990 \Rightarrow \underline{x=110\text{ lei}}$

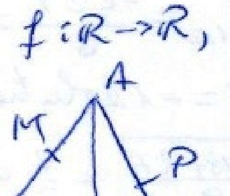
③ $C_{2009}^{2}-C_{2009}^{2007}=C_{2009}^{2}-C_{2009}^{2009-2007}=C_{2009}^{2}-C_{2009}^{2}=\underline{0}$

④ $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=ax^2+bx+c,\ a,b,c\in\mathbb{R},\ a\neq 0$

$A(1,3)\in G_f \Rightarrow f(1)=3;\ B(0,5)\in G_f \Rightarrow f(0)=5;\ C(-1,11)\in G_f \Rightarrow$

$\Rightarrow f(-1)=11\quad \begin{cases} a+b+c=3 \\ c=5 \\ a-b+c=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=-2 \\ a-b=6 \\ c=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-4 \\ c=5 \end{cases}$

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\underline{2x^2-4x+5}$

⑤ 

$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{AM}=\frac{\overrightarrow{AB}}{2} \\ \overrightarrow{AP}=\frac{\overrightarrow{AC}}{2} \\ \overrightarrow{AN}=\frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AP}=\frac{\overrightarrow{AB}}{2}+\frac{\overrightarrow{AC}}{2}=$

$=\frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{2}=\overrightarrow{AN}$

⑥ $\cos A=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2\,AB\cdot AC}=\frac{9+(3\sqrt{2})^2-9}{2\cdot 3\cdot 3\sqrt{2}}=\frac{18}{18\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\underline{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

V052

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $\log_2 3 - \log_2 \frac{3}{2}$.

5p 2. Să se determine coordonatele punctului de intersecție a dreptelor de ecuații $2x + y - 4 = 0$ și $x + y - 3 = 0$.

5p 3. Să se determine valorile reale ale numărului m pentru care $x = 5$ este soluție a ecuației $m^2(x-1) = x - 3m + 2$.

5p 4. Să se rezolve ecuația $\sqrt{4x^2 + 6x + 3} = x + 2$.

5p 5. Să se determine perimetrul triunghiului ABC ale cărui vârfuri sunt $A(-1;3)$, $B(-2;0)$ și $C(0;3)$.

5p 6. Să se calculeze lungimea laturii AC a triunghiului ABC, știind că $BC = \sqrt{2}$, $m(\sphericalangle BAC) = 30^\circ$ și $m(\sphericalangle ABC) = 45^\circ$.

① $\log_2 3 - \log_2 \frac{3}{2} = \log_2 \frac{3}{\frac{3}{2}} = \log_2 2 = \underline{1}$

② $\begin{cases} 2x+y=4 \\ x+y=+3 \mid (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=4 \\ -x-y=-3 \end{cases}$

$x \quad / = 1$

$2 \cdot 1 + y = 4 \Rightarrow y = 2$

$\underline{P(1;2)}$

③ $m^2(5-1) = 5 - 3m + 2$; $4m^2 + 3m - 7 = 0$

$\Delta = 9 + 112 = 121$; $m_{1,2} = \frac{-3 \pm 11}{8} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = -\frac{7}{4} \end{cases}$

④ C.E. $4x^2 + 6x + 3 \geq 0$

$\Delta = 36 - 48 < 0 \Rightarrow 4x^2 + 6x + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$4x^2 + 6x + 3 = (x+2)^2$; $4x^2 + 6x + 3 = x^2 + 4x + 4$

$3x^2 + 2x - 1 = 0$; $\Delta = 4 + 12 = 16$; $x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{6} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$

pt $x = -1$; $\sqrt{4 - 6 + 3} = -1 + 2$ adev. $\Rightarrow x = -1$ soluție

pt $x = \frac{1}{3}$ $\sqrt{4 \cdot \frac{1}{9} + 6 \cdot \frac{1}{3} + 3} = \frac{1}{3} + 2$; $\sqrt{\frac{4 + 18 + 27}{9}} = \frac{7}{3}$ adev. $\Rightarrow x_2 = \frac{1}{3}$ sol.

$x_1 = -1$; $x_2 = \frac{1}{3}$

⑤ $AB = \sqrt{(-2+1)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}$; $AC = \sqrt{(0+1)^2 + (3-3)^2} = 1$

$BC = \sqrt{(0+2)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{13}$; $P_{\Delta ABC} = 1 + \sqrt{10} + \sqrt{13}$

⑥ $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \frac{BC \sin B}{\sin A} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} =$

$= \frac{\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$; $\underline{AC = 2}$

V053

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării

Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se verifice că $\lg\frac{1}{2}+\lg\frac{2}{3}+...+\lg\frac{9}{10}=-1$.

5p 2. Să se calculeze $C_{1000}^{2}-C_{1000}^{998}$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x}+3^{-x}=\frac{10}{3}$.

5p 4. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât $x^{2}-(m-3)x+m-3>0$, pentru orice x real.

5p 5. Să se calculeze cosinusul unghiului A, al triunghiului ABC, știind că $AB=3$, $AC=5$ și $BC=6$.

5p 6. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0;a)$, $B(-1;2)$ și $C(4;5)$, unde a este un număr real. Să se determine valorile lui a pentru care triunghiul ABC este dreptunghic în A.

① $lg\frac{1}{2}+lg\frac{2}{3}+\dots+lg\frac{9}{10}=lg\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdots\frac{9}{10}\right)=lg\left(\frac{1}{10}\right)=lg(10^{-1})=\underline{\underline{-1}}$

② $C_{1000}^{2}-C_{1000}^{998}=C_{1000}^{2}-C_{1000}^{1000-998}=C_{1000}^{2}-C_{1000}^{2}=\underline{\underline{0}}$

③ $3^{x}+\frac{1}{3^{x}}=\frac{10}{3}$; notăm $3^{x}=t>0$

$\frac{3t}{t}+\frac{3}{t}=\frac{t\,10}{3}$; $3t^{2}-10t+3=0$; $\Delta=100-36=64$

$t_{1,2}=\frac{10\pm8}{6}=\Big\langle\begin{matrix}t_1=3 \Rightarrow 3^{x}=3\Rightarrow x_1=1\\ t_2=\frac{1}{3}\Rightarrow 3^{x}=\frac{1}{3}\Rightarrow x_2=-1\end{matrix}$

④ $\begin{cases}a>0\\ \Delta<0\end{cases}$ $\Delta=m^{2}-6m+9-4m+12=m^{2}-10m+21$

$m^{2}-10m+21<0$; $\Delta=100-84=16$

$m_{1,2}=\frac{10\pm4}{2}=\Big\langle\begin{matrix}m_1=7\\ m_2=3\end{matrix}$

m	$-\infty$ 3 7 $+\infty$
$m^{2}-10m+21$	+ 0 − 0 +

$m\in(3,7)$

⑤ $\cos A=\frac{AC^{2}+AB^{2}-BC^{2}}{2AC\cdot AB}=\frac{25+9-36}{2\cdot5\cdot3}=\frac{-2}{30}=\underline{\underline{-\frac{1}{15}}}$

⑥ $AB^{2}=(-1-0)^{2}+(2-a)^{2}=1+4-4a+a^{2}=a^{2}-4a+5$

$AC^{2}=(4-0)^{2}+(5-a)^{2}=16+25-10a+a^{2}=a^{2}-10a+41$

$BC^{2}=(4+1)^{2}+(5-2)^{2}=25+9=34$

$a^{2}-4a+5+a^{2}-10a+41=34$

$m(\hat{A})=90^{\circ}\Rightarrow AB^{2}+AC^{2}=BC^{2}\Rightarrow$

$2a^{2}-14a+12=0\,|:2$; $a^{2}-7a+6=0$

$\Delta=49-24=25$; $a_{1,2}=\frac{7\pm5}{2}=\Big\langle\begin{matrix}a_1=1\\ a_2=6\end{matrix}$

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $\log_3 5+\log_3 6-\log_3 10$.

5p 2. Să se determine valoarea maximă a funcției $f:[-1,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=-2x+3$.

5p 3. Să se determine valorile reale ale parametrului m știind că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2+(m-1)x+3=0$ verifică egalitatea $x_1=3x_2$.

5p 4. Să se calculeze $C_{n+1}^{n}-C_{n+1}^{1}$, $n\in\mathbb{N}$.

5p 5. Să se calculeze $\sin 10^\circ-\cos 80^\circ$.

5p 6. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$ și $B(4,4)$. Să se determine coordonatele mijlocului segmentului AB.

① $\log_3 5+\log_3 6-\log_3 10=\log_3\left(\frac{5\cdot 6}{10}\right)=\log_3 3=1$

② $a=-2<0 \Rightarrow f$ strict descrescătoare $\Rightarrow f(-1)\geq f(x)$, $\forall x\in[-1,1]$; $f(-1)=-2(-1)+3=5$ - valoarea maximă

③ $\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-m+1 \\ x_1x_2=\frac{c}{a}=3 \\ x_1=3x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_2^2=3 \\ x_1=3x_2 \\ 4x_2=-m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2=\pm 1 \\ x_1=3x_2 \\ m=1-4x_2 \end{cases}$

$\begin{cases} x_2=1 \\ x_1=3 \\ m_1=1-4=-3 \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=-1 \\ x_1=-3 \\ m_2=5 \end{cases}$ $\begin{cases} m_1=-3 \\ m_2=5 \end{cases}$

④ $C_{n+1}^{n}-C_{n+1}^{1}=C_{n+1}^{n+1-n}-C_{n+1}^{1}=C_{n+1}^{1}-C_{n+1}^{1}=0$

⑤ $\sin 10^\circ-\cos 80^\circ=\sin 10^\circ-\sin(90^\circ-80^\circ)=$
$=\sin 10^\circ-\sin 10^\circ=0$

⑥ $M\in(AB)$; $AM=MB$

$\begin{cases} x_M=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{2+4}{2}=3 \\ y_M=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{2+4}{2}=3 \end{cases}$ $M(3;3)$

V055

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se compare numerele 2^2 și $\log_2 32$.

5p 2. Să se determine $m \in \mathbb{R}^*$ astfel încât graficul funcției $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = mx^2 - x + 1$ să conțină punctul $A(2,3)$.

5p 3. Să se determine numerele reale x pentru care este verificată egalitatea $\sqrt{x^2+1} = 2$.

5p 4. Să se rezolve ecuația $C_n^2 = C_n^1 + 2$, $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

5p 5. Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC, știind că $BC = 10$ și $m(\sphericalangle BAC) = 60^\circ$.

5p 6. Să se calculeze numărul $\sin 60^\circ \cdot \cos 150^\circ$.

① $\left.\begin{array}{l} 2^2 = 4 \\ \log_2 32 = \log_2 2^5 = 5 \end{array}\right\} \Rightarrow 4 < 5 \Rightarrow 2^2 < \log_2 32$

② $A(2;3) \in G_f \Rightarrow f(2) = 3 \Rightarrow 4m - 2 + 1 = 3 \Rightarrow 4m = 4 \Rightarrow \underline{m=1}$

③ C.E. $x^2+1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$; $x^2+1 = 4 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$

pt $x_1 = -\sqrt{3}$; $\sqrt{3+1} = 2$ adev $\Rightarrow x_1 = -\sqrt{3}$ soluție

pt $x_2 = \sqrt{3}$; $\sqrt{3+1} = 2$ adev $\Rightarrow x_2 = \sqrt{3}$ soluție

④ $\frac{n(n-1)}{2} = \frac{2}{}n + \frac{2}{2}$; $n^2 - n = 2n + 4$; $n^2 - 3n - 4 = 0$

$\Delta = 9 - 4\cdot 1 \cdot(-4) = 9 + 16 = 25$; $n_{1,2} = \frac{3 \pm 5}{2} = \left\langle \begin{array}{l} n_1 = 4 \\ n_2 = -1 \notin \mathbb{N}, \text{ nu convine} \end{array}\right.$

$n = 4$ soluție

⑤ $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2\sin A} = \frac{10}{2\sin 60^\circ} =$

$= \frac{10}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$; $R = \frac{10\sqrt{3}}{3}$

⑥ $\sin 60^\circ \cdot \cos 150^\circ = \sin 60^\circ \cdot [-\cos(180^\circ - 150^\circ)] =$

$= \sin 60^\circ \cdot (-\cos 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{3}{4}$

V 056

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării

Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că numărul $\left(\sqrt[3]{2}\right)^{\log_2 8}$ este natural.

5p **2.** Să se determine coordonatele punctului de intersecție a dreptelor de ecuații $4x-6y-2=0$ și $2x+3y-7=0$.

5p **3.** Să se determine valorile reale ale lui m știind că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2-\left(m^2+3\right)x+3=0$ verifică egalitatea $x_1+x_2+x_1x_2=7$.

5p **4.** Să se rezolve ecuația $\frac{(n+2)!}{n!}=56,\ n\in\mathbb{N}$.

5p **5.** Să se arate că într-un triunghi ABC dreptunghic în A are loc relația $\cos^2 B+\cos^2 C=1$

5p **6.** Să se calculeze aria triunghiului ABC, știind că $AB=AC=4$ și $m(\sphericalangle A)=60^\circ$.

① $\left(\sqrt[3]{2}\right)^{\log_2 8}=\left(\sqrt[3]{2}\right)^{\log_2 2^3}=\left(\sqrt[3]{2}\right)^3=2\in\mathbb{N}$

② $\begin{cases}4x-6y=2 \mid :2\\ 2x+3y=7\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x-3y=1\\ 2x+3y=7\end{cases}$

$4x \;/ = 8$

$x=2$

$2\cdot 2+3y=7$

$3y=3 \Rightarrow y=1$

$\begin{cases}x=2\\ y=1\end{cases}$

$d_1\cap d_2=\{A(2;1)\}$

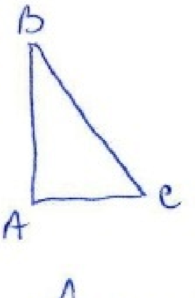
③ $\begin{cases}x_1+x_2=-\frac{b}{a}=m^2+3\\ x_1x_2=\frac{c}{a}=3\end{cases}$

$m^2+3+3=7 \Rightarrow m^2=1 \Rightarrow m_{1,2}=\pm 1$

④ $\frac{n!(n+1)(n+2)}{n!}=56;\quad n^2+3n+2=56;\quad n^2+3n-54=0$

$\Delta=9+216=225;\quad n_{1,2}=\frac{-3\pm 15}{2}=\begin{cases}n_1=6\\ n_2=-9\notin\mathbb{N}, \text{ nu convine}\end{cases}$

$n=6$ soluție

⑤ 

$AB^2+AC^2=BC^2$

$\cos B=\frac{AB}{BC};\quad \cos C=\frac{AC}{BC}$

$\cos^2 B+\cos^2 C=\frac{AB^2}{BC^2}+\frac{AC^2}{BC^2}=\frac{AB^2+AC^2}{BC^2}=\frac{BC^2}{BC^2}=1$

⑥ $\mathcal{A}_{\triangle ABC}=\frac{AB\cdot AC\cdot \sin A}{2}=\frac{4\cdot 4\sin 60^\circ}{2}=2\cdot 4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

V057

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării

Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine suma primilor 6 termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1 = 2$ și $a_2 = 5$.

5p 2. Să se determine valorile reale ale parametrului m astfel încât ecuația $x^2 + mx + 9 = 0$ să admită două soluții reale egale.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x^2 + 3x - 10) = 3$.

5p 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $A = \{7, 11, 15, 19, ..., 35\}$, acesta să fie divizibil cu 5.

5p 5. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctele $A(4;0)$ și $B(0;2)$.

5p 6. Să se calculeze $\cos B$, știind că lungimile laturilor triunghiului ABC sunt $AB = 6$, $AC = 8$ și $BC = 10$.

① $r = a_2 - a_1 = 5 - 2 = 3$; $S_n = \dfrac{n(a_1 + a_n)}{2}$

$a_6 = a_1 + 5r = 2 + 5\cdot 3 = 17$; $S_6 = \dfrac{6(2+17)}{2} = 3\cdot 19 = 57$

② $x_1 = x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow \Delta = 0$; $\Delta = m^2 - 36$; $m^2 - 36 = 0 \Rightarrow m^2 = 36 \Rightarrow$
$\Rightarrow m_{1,2} = \pm 6$

③ C.E. $x^2 + 3x - 10 > 0$; $\Delta = 9 + 40 = 49$; $x_{1,2} = \dfrac{-3 \pm 7}{2} = \begin{cases} x_1 = -5 \\ x_2 = 2 \end{cases}$

x	$-\infty$		-5		2		$+\infty$
$x^2+3x-10$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$x \in (-\infty; -5) \cup (2; +\infty)$

$\log_2(x^2 + 3x - 10) = \log_2 2^3$; $x^2 + 3x - 10 = 8$; $x^2 + 3x - 18 = 0$

$\Delta = 9 + 72 = 81$; $x_{1,2} = \dfrac{-3 \pm 9}{2} = \begin{cases} x_1 = -6 \in (-\infty; -5) \\ x_2 = 3 \in (2; +\infty) \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -6 \\ x_2 = 3 \end{cases}$

④ 8 cazuri posibile
$15 \vdots 5$; $35 \vdots 5$ 2 cazuri favorabile $P = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$

⑤ $AB: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$; $AB: 8 - 2x - 4y = 0 \mid :(-2)$
$AB: x + 2y - 4 = 0$

⑥ $\cos B = \dfrac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB\cdot BC} = \dfrac{36 + 100 - 64}{2\cdot 6\cdot 10} = \dfrac{\overset{(24}{72}}{120} = \dfrac{3}{5}$

V058

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării
Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $\log_5 25 - \log_3 9$.

5p **2.** Să se determine funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=ax+b$ al cărei grafic conţine punctele $A(2;7)$ şi $B(-1;-2)$.

5p **3.** Să se arate că soluţiile x_1 şi x_2 ale ecuaţiei $x^2-x-1=0$ verifică relaţia $x_1^2+x_2^2=x_1+x_2+2$.

5p **4.** Să se determine valorile naturale ale lui n pentru care expresia $E(n)=\sqrt{10-3n}$ este bine definită.

5p **5.** Să se determine lungimea medianei duse din vârful A al triunghiului ABC, ştiind că vârfurile acestuia sunt $A(0;4)$, $B(-2;0)$ şi $C(8;0)$.

5p **6.** Să se calculeze lungimea laturii BC a triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle A)=90^\circ$, $m(\sphericalangle B)=30^\circ$ şi $AB=4\sqrt{3}$.

(1) $\log_5 25-\log_3 9=\log_5 5^2-\log_3 3^2=2-2=0$

(2) $A(2,7)\in G_f \Rightarrow f(2)=7$
$B(-1,-2)\in G_f \Rightarrow f(-1)=-2$

$\begin{cases}2a+b=7\\ -a+b=-2\ |(-1)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a+b=7\\ a-b=2\end{cases}$
$3a\ /=9$

$a=3;\quad b=-2+3;\ b=1\quad f(x)=3x+1$

(3) $\begin{cases}x_1+x_2=-\frac{b}{a}=1\\ x_1x_2=\frac{c}{a}=-1\end{cases}$ $\quad x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=1+2=3$
$x_1+x_2+2=1+2=3$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow x_1^2+x_2^2=x_1+x_2+2$

(4) $\begin{cases}10-3n\geq 0\\ n\in\mathbb{N}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-3n\geq -10\ |(-1)\\ n\in\mathbb{N}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}n\leq\frac{10}{3}\\ n\in\mathbb{N}\end{cases}$ $\quad n\in\{0,1,2,3\}$

(5) $M\in[BC];\ BM=MC;\ \begin{cases}x_M=\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{-2+8}{2}=3\\ y_M=\frac{y_B+y_C}{2}=0\end{cases}$ $\quad M(3;0)$

$AM=\sqrt{(x_M-x_A)^2+(y_M-y_A)^2}=\sqrt{(3-0)^2+(0-4)^2}=\sqrt{9+16}=$
$=\sqrt{25}=5$

(6) $m(\hat{A})=90^\circ \Rightarrow \cos B=\frac{AB}{BC} \Rightarrow BC=\frac{AB}{\cos B}=\frac{4\sqrt{3}}{\cos 30^\circ}=\frac{4\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=$

$=4\sqrt{3}\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}=\underline{8}$

V 059

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării

Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine valorile reale ale numărului x știind că numerele $5-x$; $x+7$ și $3x+11$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.

5p 2. Să se calculeze TVA-ul pentru un produs, știind că prețul de vânzare al produsului este de 238 lei (procentul TVA-ului este de 19 %).

5p 3. Să se arate că $\log_2 4+\log_3 9<\sqrt{36}$.

5p 4. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-4$. Să se determine valorile lui x pentru care $f(x)+f(1)\le 1$.

5p 5. Să se determine lungimile catetelor unui triunghi dreptunghic, știind că suma acestora este 23, iar aria triunghiului este 60.

5p 6. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul $A(1,-2)$ și are panta egală cu 2.

① $\div\; 5-x;\ x+7;\ 3x+11 \iff (x+7)^2=(5-x)(3x+11)$

$x^2+14x+49=15x-3x^2+55-11x;\quad 4x^2+10x-6=0\ |:2$

$2x^2+5x-3=0;\quad \Delta=25-4\cdot2\cdot(-3)=25+24=49$

$x_{1,2}=\frac{-5\pm7}{4}=\begin{cases}x_1=-3\\ x_2=\frac{1}{2}\end{cases}$

② $\frac{100}{}x+\frac{19x}{100}=\frac{100}{}238;\quad 119x=23800\Rightarrow x=\frac{23800}{119}=200;$

$200\cdot\frac{19}{100}=2\cdot19=38;\quad TVA=38$ lei

③ $\left.\begin{array}{l}\log_2 4+\log_3 9=\log_2 2^2+\log_3 3^2=2+2=4\\ \sqrt{36}=6\end{array}\right\}\Rightarrow\log_2 4+\log_3 9<\sqrt{36}$

④ $(3x-4)+(3\cdot1-4)\le1;\quad 3x-4-1\le1;\quad 3x\le6;\ x\le2;\quad x\in(-\infty;2]$

⑤ $\begin{cases}S=c_1+c_2=23\\ \mathcal{A}_\Delta=\frac{c_1\cdot c_2}{2}=60\end{cases}\quad \begin{cases}c_1+c_2=23\\ c_1c_2=120\end{cases}\quad x^2-23x+120=0,\ \Delta=529-480=49$

$x_{1,2}=\frac{23\pm7}{2}=\begin{cases}x_1=15\\ x_2=8\end{cases}\quad \begin{cases}c_1=15\\ c_2=8\end{cases}\quad \begin{cases}c_1=8\\ c_2=15\end{cases}$

⑥ $y-y_A=m(x-x_A)$

$y+2=2(x-1);\quad 2x-y-4=0$

V060

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării

Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x^2+x}=9$.

5p 2. Să se determine domeniul maxim de definiție D al funcției $f:D\to\mathbb{R},\ f(x)=\lg(2x-3)$.

5p 3. Să se determine valorile reale ale numărului m știind că valoarea minimă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2-2mx+3m$ este egală cu 2.

5p 4. Să se calculeze $C_{2009}^2-C_{2008}^2-C_{2008}^1$.

5p 5. Să se calculeze lungimea laturii AC a triunghiului ABC știind că $AB=10$, $BC=15$ și $m(\sphericalangle B)=60^\circ$.

5p 6. Să se determine coordonatele punctului M care aparține dreptei AB și este egal depărtat de punctele $A(1;-1)$ și $B(5;-3)$.

① $3^{x^2+x}=3^2$; $x^2+x=2$; $x^2+x-2=0$; $\Delta=1+8=9$

$x_{1,2}=\frac{-1\pm3}{2}=\begin{cases}x_1=-2\\x_2=1\end{cases}$

② C.E. $2x-3>0$; $2x>3$; $x>\frac{3}{2}$; $x\in\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$; $D=\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$

③ $a=1>0 \Rightarrow f$ admite un minim

$y_{min}=-\frac{\Delta}{4a}$; $\Delta=4m^2-12m=4(m^2-3m)$

$y_{min}=-\frac{4(m^2-3m)}{4}=-m^2+3m$; $-m^2+3m=2$

$m^2-3m+2=0$; $\Delta=9-8=1$; $m_{1,2}=\frac{3\pm1}{2}=\begin{cases}m_1=2\\m_2=1\end{cases}$

④ $C_{2009}^2-C_{2008}^2-C_{2008}^1=\left(C_{2008}^2+C_{2008}^1\right)-C_{2008}^2-C_{2008}^1=0$

⑤ $AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cos B=100+225-2\cdot10\cdot15\cdot\cos60^\circ=$
$=325-2\cdot10\cdot15\cdot\frac{1}{2}=325-150=175$; $AC=5\sqrt{7}$

⑥ $M\in AB$; $MA=MB$; $\begin{cases}x_M=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{1+5}{2}=3\\y_M=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{-1-3}{2}=-2\end{cases}$ $M(3;-2)$

V061

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $\log_6 3+\log_6 10-\log_6 5$.

5p 2. Să se determine valorile reale nenule ale lui m pentru care graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=mx^2-(m+1)x+1$ este tangent axei Ox.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $(x-2)(x+1)\le 3(x+1)$.

5p 4. Să se demonstreze că numărul $\frac{8!}{3!\cdot 5!}-\frac{9!}{2!\cdot 7!}$ este natural.

5p 5. Să se arate că este adevărată egalitatea $\sin x\cdot\cos(90^\circ-x)+\cos^2(180^\circ-x)=1$, oricare ar fi x măsura unui unghi ascuțit.

5p 6. Să se calculeze aria triunghiului ABC, știind că $AB=AC=10$ și $m(\sphericalangle A)=30^\circ$.

① $\log_6 3+\log_6 10-\log_6 5=\log_6\frac{3\cdot 10}{5}=\log_6 6=1$

② $V\left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)\in Ox \Rightarrow y_V=0\Rightarrow \Delta=0$

$\Delta=(m+1)^2-4m=m^2+2m+1-4m=m^2-2m+1=(m-1)^2$

$\Delta=0\Rightarrow (m-1)^2=0\Rightarrow m=1$

③ $x^2-2x+x-2\le 3x+3$; $x^2-4x-5\le 0$; $\Delta=16-4\cdot 1(-5)=$
$=16+20=36$; $x_{1,2}=\frac{4\pm 6}{2}=\left\langle\begin{matrix}x_1=-1\\ x_2=5\end{matrix}\right.$

x	$-\infty$		-1		5		$+\infty$
x^2-4x-5		$+$	0	$-$	0	$+$	

$x\in[-1,5]$

④ $\frac{8!}{3!\cdot 5!}-\frac{9!}{2!\cdot 7!}=\frac{5!\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 5!}-\frac{7!\cdot 8\cdot 9}{1\cdot 2\cdot 7!}=56-36=20\in\mathbb{N}$

⑤ $\sin x\cdot\cos(90^\circ-x)+\cos^2(180^\circ-x)=\sin x\cdot\sin x+\cos^2 x=$
$=\sin^2 x+\cos^2 x=1$, $\forall x$, măsura unui unghi ascuțit

⑥ $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC\cdot\sin A}{2}=\frac{10\cdot 10\cdot\sin 30^\circ}{2}=\frac{10\cdot 10\cdot\frac{1}{2}}{2}=25$

V062

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+2}=3$.

5p 2. Să se determine $m\in\mathbb{R}$, știind că valoarea maximă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^2+2x-m+3$ este egală cu 10.

5p 3. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_7(2x+1)=2$.

5p 4. Să se rezolve inecuația $2C_n^2\le n+8$, $n\in\mathbb{N}$, $n\ge 2$.

5p 5. Să se determine valorile reale ale numărului a, știind că distanța dintre punctele $A(2;1)$ și $B(7;a)$ este egală cu 13.

5p 6. Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC, știind că $BC=20$ și $m(\sphericalangle A)=30^\circ$.

① C.E. $x+2\ge 0$; $x\in[-2,+\infty)$; $x+2=9 \Rightarrow x=7$
$\sqrt{7+2}=3$ adev. $\Rightarrow x=7$ soluție

② $a=-1<0 \Rightarrow f$ admite un maxim
$y_{max}=-\frac{\Delta}{4a}$; $\Delta=4-4\cdot(-1)(-m+3)=4-4m+12=$
$=-4m+16=-4(m-4)$
$y_{max}=\frac{4(m-4)}{-4}=-m+4$; $-m+4=10 \Rightarrow m=-6$

③ C.E $2x+1>0$; $x>-\frac{1}{2}$; $x\in(-\frac{1}{2};+\infty)$
$\log_7(2x+1)=\log_7 7^2$; $2x+1=49$; $2x=48$; $x=24\in(-\frac{1}{2},+\infty)$
$x=24$ soluție

⑤ $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(7-2)^2+(a-1)^2}=\sqrt{25+(a-1)^2}$
$25+(a-1)^2=169$; $(a-1)^2=144 \Rightarrow a-1=\pm 12$
$a-1=12 \Rightarrow a_1=13$; $a-1=-12 \Rightarrow a_2=-11$
$\begin{cases}a_1=13\\a_2=-11\end{cases}$

④ $2\frac{n(n-1)}{2}\le n+8$; $n^2-2n-8\le 0$; $\Delta=4+32=36$
$n_{1,2}=\frac{2\pm 6}{2}=\begin{cases}n_1=4\\n_2=-2\end{cases}$

n	$-\infty$	-2	4	$+\infty$
n^2-2n-8	$+$	0 $-$	0	$+$

$n\in[-2,4]\cap\mathbb{N}\cap[2,+\infty)$ $n\in\{2;3;4\}$

⑥ $\frac{BC}{\sin A}=2R \Rightarrow R=\frac{BC}{2\sin A}=\frac{20}{2\sin 30^\circ}=\frac{20}{2\cdot\frac{1}{2}}$; $R=20$

V063

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării
Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine primul termen al unei progresii aritmetice cu raţia 4, ştiind că suma primilor doi termeni este 10.

5p 2. Să se determine valorile reale ale numărului m, ştiind că soluţiile x_1 şi x_2 ale ecuaţiei $x^2 - mx + m + 2 = 0$ verifică egalitatea $2x_1x_2 = x_1 + x_2$.

5p 3. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x+2) - \log_2(x+1) = 1$.

5p 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un element al mulţimii $\{11, 12, \ldots, 20\}$, acesta să fie număr prim.

5p 5. Să se determine coordonatele simetricului punctului A faţă de punctul M, mijlocul segmentului BC, ştiind că $A(3;0)$, $B(0;2)$ şi $C(3;2)$.

5p 6. Să se calculeze aria triunghiului ABC, ştiind că $AC = 10$, $BC = 16$ şi $m(\sphericalangle C) = 60^\circ$.

1. $a_1 + a_2 = 10$; $a_1 + a_1 + r = 10$; $2a_1 + 4 = 10 \Rightarrow \underline{a_1 = 3}$;

2. $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = m$; $x_1x_2 = \frac{c}{a} = m+2$

$2(m+2) = m$; $2m + 4 = m \Rightarrow \underline{m = -4}$

3. $\begin{cases} x+2>0 \\ x+1>0 \end{cases} \Rightarrow x \in [-1, +\infty)$ $\log_2(x+2) = \log_2 2 + \log_2(x+1)$

$\log_2(x+2) = \log_2 2(x+1)$; $2x + 2 = x + 2 \Rightarrow x = 0 \in [-1, +\infty)$

$\underline{x = 0}$ soluţie

4. 10 cazuri posibile

11; 13; 17; 19 - nr prime; 4 cazuri favorabile

$P = \frac{4}{10} = \underline{\frac{2}{5}}$

5. $\begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{3}{2} \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$ $M\left(\frac{3}{2}; 2\right)$

$A' \in AM$; $AM = MA' \Rightarrow M$ mijlocul segm $[AA']$

$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{3 + x_{A'}}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow x_{A'} = 0 \\ \frac{0 + y_{A'}}{2} = 2 \Rightarrow y_{A'} = 4 \end{cases}$ $\underline{A'(0;4)}$

6. $A_{\Delta ABC} = \frac{AC \cdot BC \cdot \sin C}{2} = \frac{10 \cdot 16 \cdot \sin 60^\circ}{2} = \frac{10 \cdot 16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \underline{40\sqrt{3}}$

V 064

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p	**1.** Într-o progresie geometrică, al doilea termen este 3 și raportul dintre primul și al patrulea termen este $\frac{1}{8}$. Să se determine primul termen al progresiei.
5p	**2.** Știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2-2009x+1=0$, să se calculeze $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$.
5p	**3.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_2(x^2-x-2)=2$.
5p	**4.** Să se rezolve inecuația $C_{17}^{n} \le C_{17}^{n-2}$, $n\in\mathbb{N}$, $n\ge 2$, $n\le 17$.
5p	**5.** Să se determine coordonatele punctului de intersecție a dreptelor de ecuații $x+3y-1=0$ și $3x+2y+4=0$.
5p	**6.** Să se calculeze lungimea laturii AB a triunghiului ABC știind că $BC=6$, $AC=3\sqrt{2}$ și $m(\sphericalangle C)=45^\circ$.

① $\begin{cases} b_1 q = 3 \\ \frac{b_1}{b_1 q^3} = \frac{1}{8} \end{cases} \iff \begin{cases} \frac{1}{q^3} = \frac{1}{8} \\ b_1 q = 3 \end{cases} \iff \begin{cases} q = 2 \\ b_1 = \frac{3}{2} \end{cases}$ $\quad b_1 = \frac{3}{2}$

② $\begin{cases} x_1+x_2 = -\frac{b}{a} = 2009 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 1 \end{cases}$ $\quad \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2} = \frac{x_1+x_2}{x_1x_2} = \frac{2009}{1} = 2009$

③ C.E. $x^2-x-2>0$; $\Delta = 1+8 = 9$; $x_{1,2} = \frac{1\pm3}{2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
x^2-x-2		+	0	−	0	+	

$x\in(-\infty;-1)\cup(2,+\infty)$

$\log_2(x^2-x-2) = \log_2 2^2$; $\quad x^2-x-2=4$; $\quad x^2-x-6=0$

$\Delta = 1+24 = 25$; $\quad x_{1,2} = \frac{1\pm5}{2} = \begin{cases} x_1 = -2 \in(-\infty;-1) \\ x_2 = 3 \in (2,+\infty) \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x_1=-2 \\ x_2 = 3 \end{cases}$

④ $\frac{17!}{n!(17-n)!} \le \frac{17!}{(n-2)!(17-n+2)!} \quad \Big| : \frac{17!}{(n-2)!(17-n)!}$

$\frac{1}{(n-1)n} \le \frac{1}{(18-n)(19-n)}$; $\quad n(n-1) \ge (18-n)(19-n)$

$n^2-n \ge 342-18n-19n+n^2$

$\begin{cases} 36n \ge 342 \\ n\in\mathbb{N} \\ n\le 17 \end{cases} \iff \begin{cases} n \ge \frac{19}{2} \\ n\in\mathbb{N} \\ n\le 17 \end{cases}$ $\quad n\in\{10;11;12;13;14;15;16;17\}$

⑤ $\begin{cases} x+3y=1 \quad |(-3) \\ 3x+2y=-4 \end{cases} \iff \begin{cases} -3x-9y=-3 \\ 3x+2y=-4 \end{cases}$
$\quad -7y = -7$

$\begin{cases} y=1 \\ x=-2 \end{cases}$ $\quad d_1\cap d_2 = \{A(-2;1)\}$

⑥ $AB^2 = BC^2+AC^2-2BC\cdot AC\cos C = 36+18-2\cdot6\cdot3\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 18$

$AB = 3\sqrt{2}$

V065

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se demonstreze că numărul $\sqrt[3]{27}-\sqrt{12}+2\sqrt{3}$ este natural.

5p 2. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2-4x}=\frac{1}{8}$.

5p 3. Să se determine valorile reale ale lui m, știind că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2-mx-m-6=0$ verifică relația $4(x_1+x_2)+x_1x_2=0$.

5p 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie cubul unui număr natural.

5p 5. Să se calculeze aria triunghiului determinat de graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-5$ și axele de coordonate.

5p 6. Să se calculeze $\sin^2 120^\circ+\cos^2 60^\circ$.

① $\sqrt[3]{27}-\sqrt{12}+2\sqrt{3}=3-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}=3\in\mathbb{N}$

② $2^{x^2-4x}=2^{-3}$; $x^2-4x+3=0$; $\Delta=16-12=4$

$x_{1,2}=\frac{4\pm2}{2}=\begin{cases}x_1=3\\ x_2=1\end{cases}$

③ $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=m$; $x_1x_2=\frac{c}{a}=-m-6$

$4m-m-6=0$; $3m=6\Rightarrow m=2$

④ $A=\{10;11;12;\dots;99\}$ - 90 elemente $\Rightarrow$ 90 cazuri posibile

$B=\{27;64\}$ - 2 cazuri favorabile

$P=\frac{2}{90}=\frac{1}{45}$.

⑤ $G_f\cap Ox=\{A(\frac{5}{3};0)\}$ $\qquad$ $G_f\cap Oy=\{B(0;-5)\}$.

$y=0$; $3x-5=0\Rightarrow x=\frac{5}{3}$ $\qquad$ $x=0$; $y=f(0)=-5$

$\mathcal{A}_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}|\Delta|$ $\qquad$ $\Delta=\begin{vmatrix}\frac{5}{3}&0&1\\0&-5&1\\0&0&1\end{vmatrix}=-\frac{25}{3}$

$\mathcal{A}_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\cdot\left|-\frac{25}{3}\right|=\frac{25}{6}$

⑥ $\sin^2 120^\circ+\cos^2 60^\circ=\sin^2(180^\circ-120^\circ)+\cos^2 60^\circ=$

$=\sin^2 60^\circ+\cos^2 60^\circ=1$

V066

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării
Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se arate că numerele $\log_2 2$, C_3^1 şi 5 sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p 2. Să se determine punctele de intersecţie a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3^{x+1}-1$ cu axele de coordonate.

5p 3. Să se determine $m\in\mathbb{R}$, ştiind că soluţiile x_1 şi x_2 ale ecuaţiei $x^2+2x+6m-1=0$ verifică relaţia $x_1+x_2=x_1x_2$.

5p 4. Să se calculeze $0!+1!+2!+3!$.

5p 5. Să se calculeze lungimile catetelor triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle A)=90^\circ$, $m(\sphericalangle B)=60^\circ$ şi lungimea ipotenuzei este egală cu 8.

5p 6. Să se determine aria triunghiului cu vârfurile în punctele $A(2;0)$, $B(0;4)$ şi $C(1;6)$.

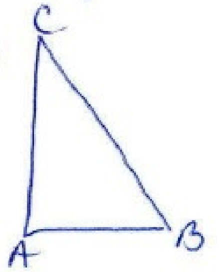
(1) $\log_2 2=1$; $C_3^1=3$ $\div 1;3;5$ $a_1=1$; $r=2$

(2) $G_f \cap Ox=\{A(-1;0)\}$
$y=0 \Rightarrow 3^{x+1}-1=0 \Rightarrow 3^{x+1}=1 \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1$
$G_f\cap Oy=\{B(0;2)\}$
$x=0$; $y=f(0)=3-1=2$

(3) $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-2$; $x_1x_2=\frac{c}{a}=6m-1$
$-2=6m-1 \Rightarrow 6m=-1 \Rightarrow m=-\frac{1}{6}$

(4) $0!+1!+2!+3!=1+1+1\cdot 2+1\cdot 2\cdot 3=1+1+2+6=10$

(5)



$\sin B=\frac{AC}{BC} \Rightarrow AC=BC\sin B=8\cdot\sin 60^\circ=\frac{8\cdot\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

$\cos B=\frac{AB}{BC} \Rightarrow AB=BC\cdot\cos B=8\cdot\cos 60^\circ=8\cdot\frac{1}{2}=4$

$\begin{cases} AB=4 \\ AC=4\sqrt{3}\end{cases}$

(6) $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}|\Delta|$ $\Delta=\begin{vmatrix}2 & 0 & 1\\ 0 & 4 & 1\\ 1 & 6 & 1\end{vmatrix}=8-4-12=-8$

$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}|-8|=\frac{1}{2}\cdot 8=4$

$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=4$

V067

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării
Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se arate că $C_5^1 + 1 = P_3$.

5p 2. Să se determine punctele de intersecţie a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-1$ cu axele de coordonate.

5p 3. Să se demonstreze că pentru orice $m\in\mathbb{R}$ ecuaţia $x^2+mx-m^2-1=0$ are două soluţii reale distincte.

5p 4. Să se determine suma primilor trei termeni ai unei progresii geometrice, ştiind că suma primilor doi termeni ai progresiei este egală cu 8, iar diferenţa dintre al doilea termen şi primul termen este egală cu 4.

5p 5. Să se calculeze lungimea laturii AC a triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle B)=45^\circ$, $m(\sphericalangle C)=30^\circ$ şi $AB=10$.

5p 6. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,-4)$ şi $B(0,8)$. Să se calculeze lungimea segmentului AM, unde M este mijlocul segmentului AB.

① $\left.\begin{array}{l} C_5^1+1=5+1=6 \\ P_3=3!=1\cdot2\cdot3=6\end{array}\right\} \Rightarrow C_5^1+1=P_3$

② $G_f \cap Ox=\{A(1;0);B(-1;0)\}$

$y=0 \Rightarrow x^2-1=0 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x_{1,2}=\pm1$

$G_f\cap Oy=\{C(0;-1)\}$ $\quad A(1;0);B(-1;0);C(0;-1)$

$x=0;\ y=f(0)=-1$

③ $\Delta=m^2-4(-m^2-1)=m^2+4m^2+4=5m^2+1>0,\ \forall m\in\mathbb{R}\Rightarrow$

$\Rightarrow x_{1,2}\in\mathbb{R};\ x_1\neq x_2$

④ $\begin{cases}a_1+a_2=8\\a_2-a_1=4\end{cases}$ $\quad\begin{cases}a_1+a_1q=8\\-a_1+a_1q=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a_1(1+q)=8\\a_1(q-1)=4\end{cases}\Rightarrow\frac{q+1}{q-1}=\frac{8}{4}$

$\frac{q+1}{q-1}=2;\quad q+1=2q-2;\ -q=-3\Rightarrow q=3$

$a_1(1+3)=8\Rightarrow a_1=2;\ a_2=a_1q=2\cdot3=6;\ a_3=a_2q=6\cdot3=18$

$a_1+a_2+a_3=2+6+18=26$

⑤ $\frac{AC}{\sin B}=\frac{AB}{\sin C}\Rightarrow AC=\frac{AB\sin B}{\sin C}=\frac{10\sin45^\circ}{\sin30^\circ}=\frac{10\cdot\frac{\sqrt2}{2}}{\frac12}$

$AC=10\sqrt2$

⑥ $\begin{cases}x_M=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac52\\ y_M=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{-4+8}{2}=2\end{cases}$ $\quad M\left(\frac52;2\right)$

$AM=\sqrt{\left(\frac52-5\right)^2+(2-8)^2}=\sqrt{\left(-\frac52\right)^2+(-6)^2}=$

$=\sqrt{\frac{25}{4}+36}=\sqrt{\frac{169}{4}}=\frac{13}{2};\ AM=\frac{13}{2}$

V 068

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării

Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $-4 < 3x + 2 < 4$.

5p 2. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x+4} = 2\sqrt{x}$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x + 2 \cdot 3^{x+1} = 7$.

5p 4. Să se determine cât la sută din $a + b$ reprezintă numărul a, știind că a este egal cu 25% din b.

5p 5. Să se calculeze lungimile catetelor unui triunghi dreptunghic, știind că aria acestuia este 18, iar măsura unui unghi este egală cu 45°.

5p 6. Să se demonstreze că expresia $(\sin x + \cos x)^2 - 2\sin x \cdot \cos x$ este constantă, pentru oricare număr real x.

① $-4 < 3x+2 < 4 \,|-2$; $-6 < 3x < 2 \,|:3$; $-2 < x < \frac{2}{3}$; $x \in \left(-2; \frac{2}{3}\right)$

② C.E $\begin{cases} 3x+4 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{4}{3} \\ x \geq 0 \end{cases}$ $x \in [0, +\infty)$

$3x+4 = 4x$; $-x = -4$; $x = 4 \in [0, +\infty)$

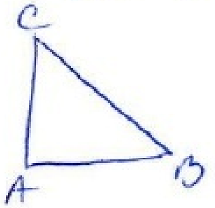
$\sqrt{3\cdot 4+4} = 2\sqrt{4}$ adev $\Rightarrow x = 4$ soluție

③ $3^x + 2\cdot 3 \cdot 3^x = 7$; $3^x + 6\cdot 3^x = 7$; $7\cdot 3^x = 7 \,|:7$

$3^x = 1 \Rightarrow \underline{x = 0}$

④ $a = \frac{25}{100}\cdot b$; $a = \frac{b}{4} \Rightarrow b = 4a$; $a+b = 5a$

$\frac{a}{5a} = \frac{p}{100} \Rightarrow p = \frac{100\cdot a}{5a}$; $p = 20\%$; a reprezintă 20% din $a+b$

⑤ 

$m(\hat{B}) = 45^\circ \Rightarrow m(\hat{C}) = 45^\circ \Rightarrow AB = AC$

$A_\Delta = \frac{AB\cdot AC}{2}$; $\frac{AB^2}{2} = 18$; $AB^2 = 36$

$AB = AC = 6$

⑥ $(\sin x + \cos x)^2 - 2\sin x \cos x = \sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x -$
$- 2\sin x \cos x = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$ - constantă, $\forall x \in \mathbb{R}$

V069

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $C_6^2 - C_6^4$.

5p 2. Să se determine valorile reale ale lui x pentru care $x(x-1)\le x+15$.

5p 3. Să se determine valorile reale ale numărului m astfel încât graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-(m-1)x-m$ să fie tangent axei Ox.

5p 4. Să se arate că numărul $A=\log_3\frac{2}{1}+\log_3\frac{3}{2}+\log_3\frac{4}{3}+\ldots+\log_3\frac{9}{8}$ este natural.

5p 5. Să se calculeze $\sin 10^\circ - \cos 80^\circ$.

5p 6. Să se demonstreze că patrulaterul $MNPQ$ cu vârfurile $M(2;0)$, $N(6;4)$, $P(4;6)$ și $Q(0;2)$ este dreptunghi.

① $C_6^2 - C_6^4 = C_6^2 - C_6^{6-4} = C_6^2 - C_6^2 = 0$

② $x^2 - x \le x+15$; $x^2-2x-15\le 0$; $\Delta = 4+60=64$

$x_{1,2} = \frac{2\pm 8}{2} = \begin{cases} x_1=5 \\ x_2=-3 \end{cases}$

x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
$x^2-2x-15$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$x\in[-3,5]$

③ $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)\in Ox \Rightarrow -\frac{\Delta}{4a}=0 \Rightarrow \Delta=0$

$\Delta = m^2-2m+1+4m = m^2+2m+1 = (m+1)^2$

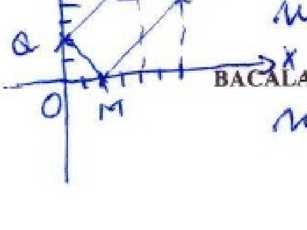
$(m+1)^2=0 \Rightarrow m+1=0 \Rightarrow m=-1$

④ $A=\log_3\left(\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\ldots\cdot\frac{9}{8}\right)=\log_3 9 = 2\in\mathbb{N}$

⑤ $\sin 10^\circ - \cos 80^\circ = \sin 10^\circ - \sin(90^\circ-80^\circ) =$
$= \sin 10^\circ - \sin 10^\circ = 0$

⑥ $m_{MN} = \frac{y_N-y_M}{x_N-x_M} = \frac{4-0}{6-2} = 1$; $m_{PQ} = \frac{y_Q-y_P}{x_Q-x_P} = \frac{0-4}{2-6} = \frac{-4}{-4} = 1$

$m_{NP} = \frac{y_P-y_N}{x_P-x_N} = \frac{6-4}{4-6} = \frac{2}{-2} = -1$; $m_{MQ} = \frac{y_Q-y_M}{x_Q-x_M} = \frac{2-0}{0-2} = -1$



$m_{MN} = m_{PQ} = 1 \Rightarrow MN \parallel PQ$
$m_{NP} = m_{MQ} = -1 \Rightarrow NP \parallel MQ$
$\Rightarrow MNPQ$ paralelogram
$m_{MN}\cdot m_{NP} = -1 \Rightarrow MN \perp NP$
$\Rightarrow MNPQ$ – dreptunghi

V070

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $x^2-5x+6\le 0$.

5p 2. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât minimul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-mx+m$ să fie egal cu 1.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 x^2=2$.

5p 4. Să se calculeze $C_4^2+C_4^3$.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1;1)$, $B(-1;0)$ și $C(3;-4)$. Să se determine lungimea segmentului AM, unde M este mijlocul lui (BC).

5p 6. Să se determine $\cos(180^\circ-x)$, știind că x este măsura unui unghi ascuțit și $\cos x=\frac{1}{2}$.

① $x^2-5x+6\le 0$; $\Delta=25-24=1$; $x_{1,2}=\frac{5\pm1}{2}=\begin{cases}x_1=3\\x_2=2\end{cases}$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
x^2-5x+6		+	0	−	0	+	

$x\in[2,3]$

② $a=1>0\Rightarrow f$ admite un minim

$y_{min}=-\frac{\Delta}{4a}$; $\Delta=m^2-4m$; $-\frac{m^2-4m}{4}=\frac{1}{1}$

$-m^2+4m-4=0\,|(-1)$; $m^2-4m+4=0$; $(m-2)^2=0\Rightarrow$

$\Rightarrow m-2=0\Rightarrow m=2$

③ $x\in\mathbb{R}$; $\log_2 x^2=\log_2 2^2$; $x^2=4\Rightarrow x_{1,2}=\pm2$

④ $C_4^2+C_4^3=\frac{4\cdot3}{1\cdot2}+\frac{4\cdot3\cdot2}{1\cdot2\cdot3}=6+4=10$

⑤ $x_M=\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{-1+3}{2}=1$; $y_M=\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{0-4}{2}=-2$; $M(1;-2)$

$AM=\sqrt{(x_M-x_A)^2+(y_M-y_A)^2}=\sqrt{(1-1)^2+(-2-1)^2}=\sqrt{9}=3$

⑥ $\cos(180^\circ-x)=-\cos x=-\frac{1}{2}$

V071

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se verifice că $C_5^1 + C_5^3 + C_5^5 = 2^4$.

5p 2. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x \cdot 3^x = 36$.

5p 3. Să se arate că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ verifică relația $x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 2 \geq 0$, pentru orice $m \in \mathbb{R}$.

5p 4. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(x^2 + 2x - 3) = 1$.

5p 5. Triunghiul ABC are centrul de greutate G. Dacă punctul M este mijlocul segmentului BC, să se determine numărul real a astfel încât $\overrightarrow{AG} = a \cdot \overrightarrow{MA}$.

5p 6. Să se calculeze aria paralelogramului $ABCD$, știind că $AB = 8$, $BC = 10$ și $m(\sphericalangle BCD) = 150°$.

① $C_5^1 + C_5^3 + C_5^5 = 5 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + 1 = 5 + 10 + 1 = 16 = 2^4$

② $2^x \cdot 3^x = 36$; $6^x = 36$; $6^x = 6^2 \Rightarrow x = 2$

③ $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2m$; $x_1x_2 = \frac{c}{a} = m^2 - 1$

$m^2 - 1 - 2m + 2 \geq 0$; $m^2 - 2m + 1 \geq 0$; $(m-1)^2 \geq 0, \forall m \in \mathbb{R}$

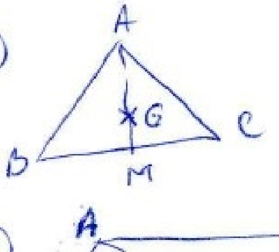
④ C.E. $x^2 + 2x - 3 > 0$; $\Delta = 4 + 12 = 16$; $x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
x^2+2x-3		+	0	−	0	+	

$x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$

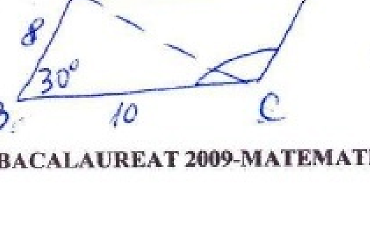
$\log_5(x^2 + 2x - 3) = \log_5 5$; $x^2 + 2x - 8 = 0$; $\Delta = 4 + 32 = 36$

$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 6}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -4 \in (-\infty; -3) \\ x_2 = 2 \in (1; +\infty) \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -4 \\ x_2 = 2 \end{cases}$

⑤ 

$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{MA}$

$\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{MA} \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$

⑥ 

$m(\hat{B}) = 180° - m(\hat{C}) = 180° - 150° = 30°$

$\mathcal{A}_{ABCD} = 2 \cdot \mathcal{A}_{\Delta ABC} = 2\,\frac{AB \cdot BC \sin B}{2} =$

$= 8 \cdot 10 \cdot \sin 30° =$

$= 8 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 40$

V. 072

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării
Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} - \log_5 25$.

5p 2. Să se arate că vârful parabolei asociate funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+2$ are cooordonatele egale.

5p 3. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt[3]{x^3+x+1}=x$.

5p 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $A=\{1,2,3,4,...,91\}$, acesta să fie divizibil cu 13.

5p 5. Să se calculeze cosinusul unghiului ascuţit format de diagonalele dreptunghiului $ABCD$, ştiind că $AB=16$ şi $BC=12$.

5p 6. Să se calculeze $\sin^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ$.

① $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} - \log_5 5^2 = 2^3 - 2 = 8-2=6$

② $V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ $\quad \Delta = 4-4\cdot 2 = 4-8=-4$

$\begin{cases} x_V = \frac{2}{2} = 1 \\ y_V = \frac{4}{4} = 1 \end{cases} \Rightarrow V(1;1)$

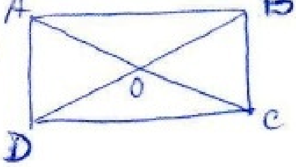
③ $x\in\mathbb{R}$; $x^3+x+1 = x^3$; $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$\sqrt[3]{-1-1+1} = -1$ adev $\Rightarrow x=-1$ soluţie

④ 91 cazuri posibile

$\{13; 26; 39; 52; 65; 78; 91\}$ numere divizibile cu 13

7 cazuri favorabile $\quad P = \frac{7}{91} = \frac{1}{13}$

⑤ 

ΔABC; $m(\hat{B}) = 90^\circ$

$AC = \sqrt{AB^2+BC^2} = \sqrt{256+144} = \sqrt{400} = 20$

$AO = BO = \frac{20}{2} = 10$

$\cos \widehat{BOC} = \frac{BO^2+CO^2-BC^2}{2BO\cdot CO} = \frac{100+100-144}{2\cdot 10\cdot 10} = \frac{56}{200} = \frac{7}{25}$

⑥ $\sin^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}+\frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

V073

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze al cincilea termen al unei progresii aritmetice, știind că primul termen al progresiei este 7 și al doilea termen este 9.

5p 2. Să se rezolve ecuația $C_n^2 = 6$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

5p 3. Să se arate că mulțimea $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0\right\}$ are două elemente, oricare ar fi $m \in \mathbb{R}$.

5p 4. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x+4) + \lg(2x+3) = \lg(1-2x)$.

5p 5. Să se arate că dacă $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC}$, atunci punctul C este mijlocul segmentului AB.

5p 6. Să se determine lungimile catetelor AB și AC ale triunghiului dreptunghic ABC, știind că $\sin B = \frac{3}{5}$ și $BC = 15$.

① $a_1 = 7$; $a_2 = a_1 + r$; $r = a_2 - a_1 = 9 - 7 = 2$; $a_5 = a_1 + 4r = 7 + 4 \cdot 2 = 7 + 8 = \underline{15}$

② $\frac{n(n-1)}{2} = 6$; $n^2 - n - 12 = 0$; $\Delta = 1 + 48 = 49$

$n_{1,2} = \frac{1 \pm 7}{2} = \begin{cases} n_1 = 4 \\ n_2 = -3 \notin \mathbb{N}, \text{ nu convine} \end{cases}$ $\underline{n = 4}$ soluție

③ $\Delta = 4m^2 + 4m + 1 - 4(m^2 + m) = 4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 - 4m = 1 > 0$, $\forall m \in \mathbb{R}$; $\Delta > 0 \Rightarrow x_{1,2} \in \mathbb{R}$, $x_1 \neq x_2$, $\forall m \in \mathbb{R}$

mulțimea are 2 elemente distincte, $\forall m \in \mathbb{R}$, $\{x_1; x_2\}$

④ C.E. $\begin{cases} x + 4 > 0 \\ 2x + 3 > 0 \\ 1 - 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x > -\frac{3}{2} \\ x < \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x \in \left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$

$\lg[(x+4)\cdot(2x+3)] = \lg(1-2x)$

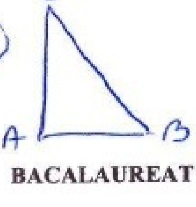
$2x^2 + 8x + 3x + 12 = 1 - 2x$; $2x^2 + 13x + 11 = 0$; $\Delta = 169 - 88 = 81$

$x_{1,2} = \frac{-13 \pm 9}{4} = \begin{cases} x_1 = -\frac{22}{4} = -\frac{11}{2} \notin \left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right); \text{ nu convine} \\ x_2 = -\frac{4}{4} = -1 \in \left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right) \end{cases}$ $\underline{x = -1}$ soluție

⑤ 

$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} \Rightarrow$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow C$ - mijlocul segm $[AB]$

⑥ 

$\sin B = \frac{AC}{BC} \Rightarrow AC = BC \sin B = 15 \cdot \frac{3}{5} = 9$; $\underline{AC = 9}$

$AB^2 = BC^2 - AC^2$; $AB^2 = 225 - 81$; $AB^2 = 144 \Rightarrow \underline{AB = 12}$

V074

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $C_8^5 - C_8^3$.

5p 2. Să se determine rația progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_1 = 3$ și $b_2 - b_1 = 3$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 \sqrt{x+1} = 1$.

5p 4. Să se formeze o ecuație de gradul al doilea, ale cărei soluții x_1 și x_2 verifică relațiile $\begin{cases} x_1 + x_2 = 11 \\ \dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{11}{30} \end{cases}$.

5p 5. Să se determine ecuația dreptei care conține punctul $A(2;5)$ și este paralelă cu dreapta de ecuație $x + y - 2 = 0$

5p 6. Să se calculeze aria dreptunghiului *ABCD*, știind că $AC = 10$ și $m(\sphericalangle BAC) = 30^\circ$.

① $C_8^5 - C_8^3 = C_8^{8-5} - C_8^3 = C_8^3 - C_8^3 = \underline{0}$

② $\begin{cases} b_1 = 3 \\ b_2 - b_1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 3 \\ b_2 = 6 \end{cases}$ $\quad b_2 = b_1 q \Rightarrow q = \dfrac{b_2}{b_1} = \dfrac{6}{3} = 2$

$\underline{q = 2}$

③ C.E. $x + 1 > 0 \Rightarrow x \in (-1; +\infty)$

$\log_2 \sqrt{x+1} = \log_2 2$; $\sqrt{x+1} = 2$; $x + 1 = 4 \Rightarrow x = 3 \in (-1; +\infty)$

④ $\begin{cases} x_1 + x_2 = 11 \\ \dfrac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \dfrac{11}{30} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 11 \\ x_1 x_2 = 30 \end{cases}$ $\quad x^2 - Sx + P = 0$

$\underline{x^2 - 11x + 30 = 0}$

⑤ $d_1 \parallel d \Rightarrow m_1 = m = -\dfrac{a}{b} = -1.$

$d_1: y - y_A = m_1(x - x_A)$; $d_1: y - 5 = -1(x - 2)$

$d_1: \underline{x + y - 7 = 0}.$

⑥ 

ΔBAC; $m(\hat{B}) = 90^\circ$

$\sin A = \dfrac{BC}{AC}$; $BC = AC \cdot \sin A = 10 \cdot \dfrac{1}{2} = 5$

$\cos A = \dfrac{AB}{AC}$; $AB = AC \cos A = 10 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$

$\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot BC = \underline{25\sqrt{3}}$

V. 075

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine numărul real x, știind că șirul $1, x, x+2, 7, \ldots$ este progresie aritmetică.

5p 2. Să se determine coordonatele punctelor de intersecție a graficelor $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x - 1$ și $g(x) = x + 4$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{x^3 + x^2 - x - 2} = x$.

5p 4. O persoană a depus la o bancă 1500 de lei. Ce sumă a primit persoana după un an, știind că rata dobânzii a fost de 8 %?

5p 5. Fie triunghiul echilateral MNP înscris într-un cerc de centru O. Să se demonstreze că $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP} = \vec{0}$.

5p 6. Să se calculeze aria paralelogramului $ABCD$ în care $AB = 6\sqrt{3}$, $AD = 4$ și $m(\sphericalangle DAB) = 150^\circ$.

① $\div\ 1; x; x+2; 7 \ldots \qquad 2x = 1 + x + 2;\ \underline{x = 3}.$

② $\begin{cases} y = x+4 \\ y = x^2 - 3x - 1 \end{cases} \iff \begin{cases} y = x+4 \\ x^2 - 3x - 1 = x + 4 \end{cases}$

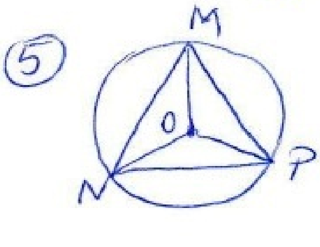
$x^2 - 4x - 5 = 0;\ \Delta = 16 + 20 = 36;\ x_{1,2} = \frac{4 \pm 6}{2} = \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 5 \end{cases}$

$\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = -1 + 4 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 5 \\ y_2 = 5 + 4 = 9 \end{cases} \quad G_f \cap G_g = \{A(-1;3); B(5;9)\}$

③ $x^3 + x^2 - x - 2 = x^3;\ x^2 - x - 2 = 0;\ \Delta = 1 + 8 = 9$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

④ $1500 + \frac{8}{100} \cdot 1500 = 1500 + 120 = 1620$; $\underline{1620 \text{ lei}}$ după un an

⑤


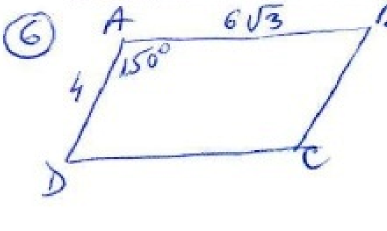
$\overrightarrow{OM} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP}}{2} = -\frac{\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP}}{3}$

$\overrightarrow{ON} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NP}}{2} = -\frac{\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NP}}{3}$

$\overrightarrow{OP} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PN}}{2} = -\frac{\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PN}}{3}$

$\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP} = -\frac{\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PN}}{3} =$

$= -\frac{\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} - \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{NP}}{3} = \vec{0}$

⑥


$\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{2 \cdot AB \cdot AD \cdot \sin A}{2} = 6\sqrt{3} \cdot 4 \cdot \sin 150^\circ =$

$= 24\sqrt{3} \sin(180^\circ - 150^\circ) = 24\sqrt{3} \sin 30^\circ = 24\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} =$

$= 12\sqrt{3} \qquad \mathcal{A}_{ABCD} = 12\sqrt{3}$

V076

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se arate că numerele 1, $\log_3 9$ și $\sqrt[3]{64}$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.

5p 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2-x$. Să se calculeze $f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(6)$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2+2x-3}=2\sqrt{3}$.

5p 4. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x+2^{-x}=\frac{5}{2}$.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$ și $B(5,-2)$. Să se determine coordonatele mijlocului segmentului AB.

5p 6. Să se calculeze $\sin^2 135^\circ+\cos^2 45^\circ$.

(1) $\log_3 9=\log_3 3^2=2$; $\sqrt[3]{64}=\sqrt[3]{4^3}=4$

$\div\!\!\div\ 1;2;4 \Rightarrow \div\!\!\div\ 1;\log_3 9;\sqrt[3]{64}$; $q=2$

(2) $f(2)=2-2=0$; $f(1)\cdot f(2)\cdots f(6)=0$

(3) C.E. $x^2+2x-3\geq 0$; $\Delta=4+12=16$; $x_{1,2}=\frac{-2\pm 4}{2}=\begin{cases}x_1=-3\\ x_2=1\end{cases}$

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
x^2+2x-3		$+$	0	$-$	0	$+$	

$x\in(-\infty;-3]\cup[1,+\infty)$

$x^2+2x-3=4\cdot 3$; $x^2+2x-15=0$; $\Delta=4+60=64$

$x_{1,2}=\frac{-2\pm 8}{2}=\begin{cases}x_1=-5\in(-\infty;-3]\\ x_2=3\in[1,+\infty)\end{cases}$

pt $x_1=-5$; $\sqrt{25-10-3}=2\sqrt{3}$ adev $\Rightarrow x_1=-5$ soluție

pt $x_2=3$ $\quad\sqrt{9+6-3}=2\sqrt{3}$ adev $\Rightarrow x_2=3$ soluție

$\begin{cases}x_1=-5\\ x_2=3\end{cases}$

(4) $2^x+\frac{1}{2^x}=\frac{5}{2}$; notăm $2^x=t>0$

$t+\frac{1}{t}=\frac{5}{2}$; $2t^2-5t+2=0$; $\Delta=25-16=9$

$t_{1,2}=\frac{5\pm 3}{4}=\begin{cases}t_1=2\Rightarrow 2^x=2\Rightarrow x_1=1\\ t_2=\frac{1}{2}\Rightarrow 2^x=\frac{1}{2}\Rightarrow x_2=-1.\end{cases}$

(5) $M\in(AB)$; $AM=MB$; $\begin{cases}x_M=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{3+5}{2}=4\\ y_M=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{0-2}{2}=-1\end{cases}$ $\quad M(4;-1)$

(6) $\sin^2 135^\circ+\cos^2 45^\circ=\sin^2(180^\circ-135^\circ)+\cos^2 45^\circ=$
$=\sin^2 45^\circ+\cos^2 45^\circ=1.$

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se verifice că $\log_2 5+\log_2 12-\log_2 30=1$.

5p **2.** Să se arate că, oricare ar fi $m\in\mathbb{R}$, parabola asociată funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-mx+m^2+1$ este situată deasupra axei Ox.

5p **3.** Să se determine numărul real a, știind că numerele $2^a, 4^a+1$ și 2^{a+2} sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **4.** Să se rezolve în mulțimea numerelor naturale ecuația $C_{n+1}^1=n^2-1$.

5p **5.** Să se demonstreze că în patrulaterul $MNPQ$ are loc relația $\overline{MN}+\overline{PQ}=\overline{MQ}+\overline{PN}$.

5p **6.** Să se arate că, pentru orice unghi ascuțit x, este adevărată egalitatea $\sin x\cdot\cos(90^\circ-x)+\cos^2(180^\circ-x)=1$.

(1) $\log_2 5+\log_2 12-\log_2 30=\log_2\frac{5\cdot 12}{30}=\log_2 2=$. adev.

(2) $a=1>0\Rightarrow f$ admite un minim

$\Delta=m^2-4(m^2+1)=m^2-4m^2-4=-3m^2-4=-(3m^2+4)<0,$

$\left.\begin{array}{l}\forall m\in\mathbb{R}\Rightarrow x_{1,2}\notin\mathbb{R}\Rightarrow G_f\cap Ox=\emptyset\\ f \text{ admite un minim}\end{array}\right\}\Rightarrow$

$\Rightarrow$ parabola este situată deasupra axei Ox

(3) $\div 2^a; 4^a+1; 2^{a+2}\Leftrightarrow 2(4^a+1)=2^a+2^{a+2}$; $2\cdot 2^{2a}-5\cdot 2^a+2=0$

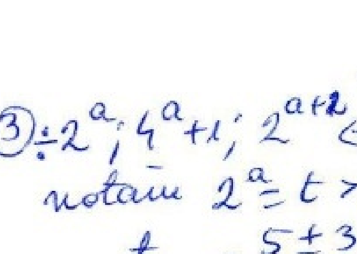
notăm $2^a=t>0$; $2t^2-5t+2=0$; $\Delta=25-16=9$

$t_{1,2}=\frac{5\pm 3}{4}=\begin{cases}t_1=2\Rightarrow 2^a=2\Rightarrow a_1=1\\ t_2=\frac{1}{2}\Rightarrow 2^a=\frac{1}{2}\Rightarrow a_2=-1\end{cases}$ $\begin{cases}a_1=1\\ a_2=-1\end{cases}$

(4) $n+1=n^2-1$; $n^2-n-2=0$; $\Delta=1+8=9$; $n_{1,2}=\frac{1\pm 3}{2}=$

$=\begin{cases}n_1=2\\ n_2=-1\notin\mathbb{N}, \text{ nu convine}\end{cases}$ $n=2$.

(5)



$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{MP}\\ \overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{MP}\end{array}\right\}\Rightarrow\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{QP}\Rightarrow$

$\Rightarrow\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{MQ}-\overrightarrow{NP}\Rightarrow$

$\Rightarrow\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{PN}$

(6) $\sin x\cdot\cos(90^\circ-x)+\cos^2(180^\circ-x)=\sin x\cdot\sin x+\cos^2 x=$

$=\sin^2 x+\cos^2 x=1$

$\cos(90^\circ-x)=\sin x$; $\cos(180^\circ-x)=-\cos x$

V078

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $\frac{2+C_4^1}{A_3^1}$.

5p 2. Să se determine $x \in \mathbb{R}$, știind că numerele $x-1, x+1$ și $2x-1$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p 3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. Să se calculeze $f(0)+f(1)+\ldots+f(4)$.

5p 4. Să se determine valoarea parametrului real m, știind că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2-(m-1)x-m=0$ verifică relația $x_1+x_2=2(x_1x_2+4)$.

5p 5. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctele $A(2,1)$ și $B(1,-2)$.

5p 6. Să se demonstreze că într-un triunghi dreptunghic ABC, cu $m(\sphericalangle A)=90^\circ$, are loc relația $AD^2=AB\cdot AC\cdot\sin B\sin C$, unde D este piciorul înălțimii duse din vârful A.

(1) $\frac{2+C_4^1}{A_3^1}=\frac{2+4}{3}=\frac{6}{3}=2$

(2) $\div\ x-1;\ x+1;\ 2x-1 \iff 2(x+1)=(x-1)+(2x-1)$

$2x+2=x-1+2x-1;\quad \underline{x=4}$

(3) $f(0)+f(1)+\ldots+f(4)=\left(\frac{1}{2}\right)^0+\left(\frac{1}{2}\right)^1+\ldots+\left(\frac{1}{2}\right)^4=S_5$

$\div\div\ 1;\ \frac{1}{2};\ \ldots;\ \left(\frac{1}{2}\right)^4 \qquad a_1=1;\ q=\frac{1}{2};\ n=5$

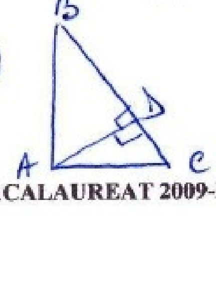
$S_n=\frac{a_1(q^n-1)}{q-1};\quad S_5=\frac{1\left(\left(\frac{1}{2}\right)^5-1\right)}{\frac{1}{2}-1}=\frac{1-32}{32}\cdot\frac{2}{-1}=\underline{\underline{\frac{31}{16}}}$

(4) $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=m-1;\quad x_1x_2=\frac{c}{a}=-m$

$m-1=2(-m+4);\quad 3m=9 \Rightarrow \underline{\underline{m=3}}$

(5) $AB:\ \begin{vmatrix} x & y & 1\\ 2 & 1 & 1\\ 1 & -2 & 1\end{vmatrix}=0;\quad AB:\ x+y-4-1+2x-2y=0$

$AB:\ \underline{3x-y-5=0}$

(6) 

$\left.\begin{array}{l}\Delta ABD;\ \sin B=\frac{AD}{AB} \Rightarrow AD=AB\sin B\\ \Delta ADC;\ \sin C=\frac{AD}{AC} \Rightarrow AD=AC\sin C\end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow AD^2=AB\cdot AC\cdot\sin B\cdot\sin C$

V 079

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării

Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $\dfrac{\log_5 18-\log_5 2}{\log_5 3}$.

5p 2. Se consideră funcțiile $f,g,h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$, $g(x)=2x+2$, $h(x)=3x+3$. Să se determine numărul real a astfel încât $a\big(f(x)+h(x)\big)=g(x)$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\dfrac{1}{2^x}=\dfrac{4^x}{8}$.

5p 4. Să se determine câte numere naturale de 4 cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{1,2,3,4\}$.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,0)$ și $B(m^2-1,0)$, cu $m\in\mathbb{R}$. Să se determine valorile reale ale lui m astfel încât punctul $C(5,0)$ să fie mijlocul segmentului AB.

5p 6. Se consideră patrulaterul $ABCD$ în care $\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$. Să se demonstreze că $ABCD$ este paralelogram.

(1) $$\frac{\log_5 18-\log_5 2}{\log_5 3}=\frac{\log_5 \frac{18}{2}}{\log_5 3}=\frac{\log_5 9}{\log_5 3}=\frac{\log_5 3^2}{\log_5 3}=\frac{2\log_5 3}{\log_5 3}=2$$

(2) $a(x+1+3x+3)=2x+2$; $4ax-2x+4a-2=0$

$2x(2a-1)+2(2a-1)=0$; $2(2a-1)(x+1)=0$

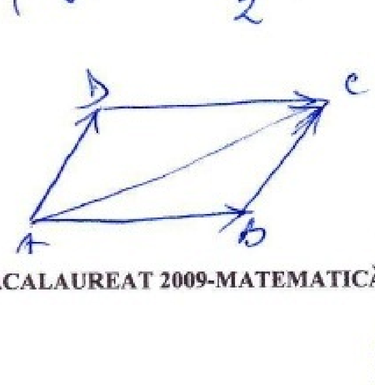
$2a-1=0 \Rightarrow \underline{a=\frac{1}{2}}$

(3) $\frac{1}{2^x}=\frac{2^{2x}}{8}$; $2^x\cdot 2^{2x}=1\cdot 8$; $2^{3x}=2^3 \Rightarrow 3x=3 \Rightarrow \underline{x=1}$

(4) $P_4=4!=1\cdot 2\cdot 3\cdot 4=24$ numere

(5) $\begin{cases} x_C=\dfrac{x_A+x_B}{2} \\ y_C=\dfrac{y_A+y_B}{2}\end{cases}$ $\quad 5=\dfrac{2+m^2-1}{2} \Rightarrow m^2+1=10$

$m^2=9 \Rightarrow \underline{m_{1,2}=\pm 3}$

(6) 

$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}\\ \overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}\end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC} \Rightarrow$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}\\ \overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}\end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC} \Rightarrow$

$\Rightarrow \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\\ \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}\end{array}\right\} \Rightarrow ABCD$ - paralelogram

V_080

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării

Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $\frac{2!+3!}{C_8^1}$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-2x+3$. Să se arate că numerele $f(1)$, $f(0)$ și $f(-3)$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.

5p **3.** Să se rezolve sistemul $\begin{cases} x+y=3 \\ x^2+x=y \end{cases}$, unde $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **4.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_5(3x+1)=1+\log_5(x-1)$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul N, simetricul punctului $M(-2,3)$ față de punctul O. Să se calculeze lungimea segmentului MN.

5p **6.** Fie triunghiul ascuțitunghic ABC. Să se determine măsura unghiului A, știind că $BC=6$ și raza cercului circumscris triunghiului are lungimea egală cu $2\sqrt{3}$.

① $\frac{2!+3!}{C_8^1}=\frac{1\cdot2+1\cdot2\cdot3}{8}=\frac{2+6}{8}=\frac{8}{8}=1.$

② $f(1)=-2+3=1;\ f(0)=3;\ f(-3)=6+3=9$; $\because 1;3;9$ p.g. fiindcă $3=\sqrt{1\cdot9}$

③ $\begin{cases} x+y=3 \\ x^2+x=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3-x \\ x^2+x=3-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3-x \\ x^2+2x-3=0 \end{cases}$

$\Delta=4+12=16;\ x_{1,2}=\frac{-2\pm4}{2}=\left\langle \begin{matrix} x_1=-3 \\ x_2=1 \end{matrix}\right.$

$y=3-x \quad \begin{cases} x_1=-3 \\ y_1=3-(-3)=6 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2=1 \\ y_2=3-1=2 \end{cases}$

④ $\begin{cases} 3x+1>0 \\ x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-\frac{1}{3} \\ x>1 \end{cases} \Rightarrow x\in(1,+\infty)$

$\log_5(3x+1)=\log_5 5+\log_5(x-1)$; $\log_5(3x+1)=\log_5 5(x-1)$

$3x+1=5x-5$; $-2x=-6 \Rightarrow x=3\in(1,+\infty)$; $x=3$ soluție

⑤ $M(-2;3) \Rightarrow N(2;-3)$; $MN=\sqrt{(x_N-x_M)^2+(y_N-y_M)^2}=$

$=\sqrt{(2+2)^2+(-3-3)^2}=\sqrt{16+36}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

⑥ $\frac{BC}{\sin A}=2R \Rightarrow \sin A=\frac{BC}{2R}=\frac{6}{2\cdot2\sqrt{3}}=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{2\cdot3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow m(\hat{A})=60^\circ$

V. 081

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $\log_2 \frac{1}{4} - \sqrt[3]{-8}$.

5p 2. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $(2x-1)(x+1) \le -x+11$.

5p 3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^2+4x+6$. Să se arate că $f(x)\le f(2)$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p 4. După două ieftiniri succesive cu 10 %, respectiv 25 %, prețul unui produs este 540 lei. Să se determine prețul produsului înainte de cele două ieftiniri.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $M(2,m)$, unde m este un număr real. Să se determine numerele reale m pentru care $OM=\sqrt{5}$.

5p 6. Să se determine lungimea laturii BC a triunghiului ABC, știind că $AC=6$, $AB=4$ și $m(\sphericalangle BAC)=60^\circ$.

(1) $\log_2 \frac{1}{4} - \sqrt[3]{-8} = \log_2 2^{-2} + \sqrt[3]{2^3} = -2+2 = \underline{0}$

(2) $2x^2+2x-x-1 \le -x+11$

$2x^2+2x-12 \le 0 \,|:2$; $x^2+x-6 \le 0$

$\Delta = 1+24 = 25$; $x_{1,2} = \frac{-1\pm5}{2} = \begin{cases} x_1=-3 \\ x_2=2 \end{cases}$

x	$-\infty$	-3		2	$+\infty$
x^2+x-6	$+$	0	$-$	0	$+$

$x\in[-3,2]$

(3) $f(x) = -x^2+4x+6$

$a=-1<0 \Rightarrow f$ admite un maxim

$x_{max} = -\frac{b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2$; $\Rightarrow f(x)\le f(2)$; $\forall x\in R$

(4) x - prețul inițial

$x - \frac{10x}{100} = \frac{9x}{10}$ prețul după prima ieftinire

$\frac{9x}{10} - \frac{9x}{10}\cdot\frac{25}{100} = 540$; $36x-9x=21600$

$27x = 21600 \Rightarrow x = 800$ lei

(5) $OM = \sqrt{x_M^2+y_M^2}$; $\sqrt{2^2+m^2}=\sqrt{5}$; $4+m^2=5$

$m^2=1 \Rightarrow m_{1,2} = \underline{\underline{\pm1}}$

(6) $BC^2 = AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos(\sphericalangle BAC)$

$BC^2 = 16+36-2\cdot4\cdot6\cdot\frac{1}{2}$; $BC^2=28$; $\underline{\underline{BC=2\sqrt{7}}}$

V. 082

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării

Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $\sqrt[3]{9}-\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$.

5p **2.** Ecuația $x^2+ax-a-1=0$, cu $a\in\mathbb{R}$ are soluțiile x_1 și x_2. Să se arate că expresia $x_1+x_2-x_1x_2$ nu depinde de a.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{2^x}{3^x}=\frac{3}{2}$.

5p **4.** Știind că vectorul $\overrightarrow{AB}$ are lungimea egală cu 12 și $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{CB}$, să se determine lungimea vectorului $\overrightarrow{CB}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,-1), B(0,1), C(1,1)$ și $D(2,3)$. Să se demonstreze că dreptele AB și CD sunt paralele.

5p **6.** Știind că $\sin 80^\circ-\cos 80^\circ=a$, să se calculeze $\sin 100^\circ+\cos 100^\circ-a$.

(1) $${}^{3)}\sqrt[3]{9}-{}^{\sqrt[3]{3^2})}\frac{3}{\sqrt[3]{3}}=\frac{3\sqrt[3]{9}-3\sqrt[3]{9}}{3}=0$$

(2) $\begin{cases} x_1+x_2=-a \\ x_1x_2=-a-1 \end{cases}$ $\quad x_1+x_2-x_1x_2=-a-(-a-1)=1$, nu depinde de a

(3) $\left(\frac{2}{3}\right)^x=\frac{3}{2}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^x=\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} \Rightarrow x=-1$

(4) $A \longrightarrow C \longrightarrow B$ $\quad \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}$

$2\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}$; $3\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{CB}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$; $CB=\frac{1}{3}\cdot 12=4$

(5) $$\left.\begin{array}{l} m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{1+1}{0+1}=2 \\ m_{CD}=\frac{y_D-y_C}{x_D-x_C}=\frac{3-1}{2-1}=2 \end{array}\right\} \Rightarrow m_{AB}=m_{CD} \Rightarrow AB \parallel CD$$

(6) $\sin 100^\circ+\cos 100^\circ=\sin 80^\circ-\cos 80^\circ=a$

$\sin 100^\circ=\sin(180^\circ-100^\circ)=\sin 80^\circ$; $\cos(180^\circ-100^\circ)=-\cos 80^\circ$

$\sin 100^\circ+\cos 100^\circ-a=\sin 80^\circ-\cos 80^\circ-a=$

$=a-a=0$

V. 083

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p | 1. Să se calculeze $2C_3^1 - A_3^2$.

5p | 2. Să se arate că $\log_2 14 + \log_2 3 - \log_2 6 = \log_2 7$.

5p | 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+1} = \sqrt{x^2 - x - 2}$.

5p | 4. Să se arate că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2 - (m+1)x + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$, verifică relația $x_1 + x_2 - x_1x_2 = 1$.

5p | 5. Să se determine aria triunghiului ABC, în care $AB = 4, AC = 6$ și $m(\sphericalangle BAC) = 45^\circ$.

5p | 6. Să se calculeze $\sin 135^\circ + \mathrm{tg} 45^\circ - \cos 45^\circ$.

① $2C_3^1 - A_3^2 = 2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 = 6 - 6 = \underline{\underline{0}}$

② $\log_2 14 + \log_2 3 - \log_2 6 = \log_2 \frac{14 \cdot 3}{6} = \log_2 7$

③ C.E $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x^2 - x - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \in (-\infty, -1] \cup [2, +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow x \in [2, +\infty) \cup \{-1\}$

$\Delta = 9;\ x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
x^2-x-2		$+$	0	$-$	0	$+$	

$x + 1 = x^2 - x - 2;\quad x^2 - 2x - 3 = 0$

$\Delta = 4 + 12 = 16;\ x_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$

Verificare: $x = -1$; $\sqrt{-1+1} = \sqrt{1+1-2}$ adev. $\Rightarrow x_1 = -1$ soluție

$x = 3$ $\quad \sqrt{3+1} = \sqrt{9-3-2}$ adev $\Rightarrow x_2 = 3$ soluție

④ $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = m+1;\quad x_1 x_2 = \frac{c}{a} = m$

$x_1 + x_2 - x_1 x_2 = m + 1 - m = 1.$

⑤ $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin(\widehat{BAC})}{2} = \frac{4 \cdot 6 \cdot \sin 45^\circ}{2} = 2 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \underline{\underline{6\sqrt{2}}}$

⑥ $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$

$\sin 135^\circ + \mathrm{tg} 45^\circ - \cos 45^\circ = \sin 45^\circ + \mathrm{tg} 45^\circ - \cos 45^\circ =$

$= \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \underline{\underline{1}}$

V. 084

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării

Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se compare numerele $a=\sqrt{2}$ și $b=\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$.

5p **2.** Să se demonstreze că parabola asociată funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-4x+4$ este tangentă axei Ox.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x\cdot 5^x=15$.

5p **4.** Să se calculeze TVA-ul pentru un produs, știind că prețul de vânzare al produsului este 357 lei, (procentul TVA-ului este 19 %).

5p **5.** Se consideră dreptunghiul $ABCD$ care are $AB=8$ și $BC=6$. Să se calculeze cosinusul unghiului ascuțit format de diagonalele dreptunghiului.

5p **6.** Se consideră pătratul $ABCD$ de centru O. Să se calculeze $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}$.

① $b=\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}^{(\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}\simeq 1{,}73-1{,}41=0{,}32$; $a=\sqrt{2}\simeq 1{,}42$ $\Rightarrow b<a$

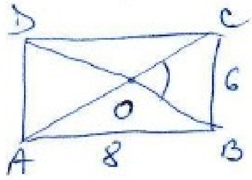
sau $a=\sqrt{2}>1$, $b=\sqrt{3}-\sqrt{2}<1$ $\Rightarrow b<a$

② $y_V=-\dfrac{\Delta}{4a}$; $\Delta=16-16=0$; $y_V=0\Rightarrow V\in Ox\Rightarrow$ parabola este tg axei Ox

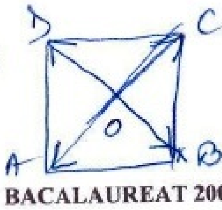
③ $3^x\cdot 5^x=15$; $(3\cdot 5)^x=15$; $15^x=15\Rightarrow \underline{x=1}$

④ ${}^{100)}x+\dfrac{19\cdot x}{100}=357^{(100}$; $119x=35700$; $x=300$ lei, prețul fără TVA

$\dfrac{19\cdot 300}{100}=57$; 57 lei – TVA

⑤ 

ΔABC; $m(\hat{B})=90^\circ$
$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}$; $AC=\sqrt{64+36}$; $AC=10$
$OC=OB=\dfrac{10}{2}=5$.
ΔBOC; $\cos O=\dfrac{OB^2+OC^2-BC^2}{2OB\cdot OC}=\dfrac{25+25-36}{2\cdot 5\cdot 5}=$
$=\dfrac{14}{50}=\dfrac{7}{25}$

⑥ 

$ABCD$ - pătrat $\Rightarrow \overrightarrow{OA}=-\overrightarrow{OC}$ și $\overrightarrow{OB}=-\overrightarrow{OD}$
$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{0}$

V 085

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării

Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine al patrulea termen al unei progresii geometrice care are primul termen egal cu 16 și rația $\frac{1}{2}$.

5p **2.** Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases} x+y=-6 \\ xy=8 \end{cases}$, unde $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{1}{2^x}=4$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $A=\{1,2,3\}$. Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr de două cifre format cu elementele mulțimii A, acesta să aibă cifrele egale.

5p **5.** Se consideră paralelogramul $ABCD$. Să se demonstreze că $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{AD}$.

5p **6.** Să se calculeze $\sin(180^\circ - x)$, știind că $\sin x=\frac{4}{5}$.

1) $a_1=16$; $q=\frac{1}{2}$; $a_4=a_1 q^3=16\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=16\cdot\frac{1}{8}=\underline{2}$

2) $\begin{cases} S=-6 \\ P=8 \end{cases}$ $z^2-Sz+P=0$; $z^2+6z+8=0$; $\Delta=36-32=4$

$z_{1,2}=\frac{-6\pm 2}{2} = \begin{cases} z_1=-4 \\ z_2=-2 \end{cases}$

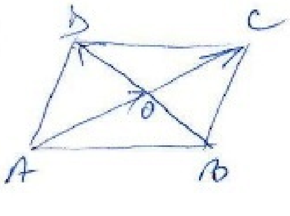
$\begin{cases} x_1=-4 \\ y_1=-2 \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=-2 \\ y_2=-4 \end{cases}$

3) $\frac{1}{2^x}=4$; $2^{-x}=2^2 \Rightarrow -x=2 \Rightarrow x=\underline{-2}$

4) $f:\{a,b\}\to\{1,2,3\}$ $3^2=9$ functii

9 cazuri posibile

11; 22; 33 – 3 cazuri favorabile $P=\frac{3}{9}=\underline{\frac{1}{3}}$

5) 

$\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AO}$

$\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{OD}$

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2(\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OD})=2\overrightarrow{AD}$

6) $\sin(180^\circ-x)=\sin x=\underline{\frac{4}{5}}$

V.086

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases} x+y=5 \\ xy=6 \end{cases}$, unde $x, y \in \mathbb{R}$.

5p 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=5^{-x}$. Să se calculeze $f(-1)+f(0)+5f(1)$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $(3+2\sqrt{2})^x=(1+\sqrt{2})^2$.

5p 4. Să se determine numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțimii $A=\{1,2,3,4,5,6\}$.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ și $B(4,-3)$. Să se determine coordonatele punctului M, mijlocul segmentului AB.

5p 6. Să se calculeze $\cos(180^\circ - x)$, știind că $\cos x=\frac{1}{3}$.

① $\begin{cases} S=5 \\ P=6 \end{cases}$ $z^2-Sz+P=0$; $z^2-5z+6=0$ $\Delta=1$; $z_{1,2}=\frac{5\pm1}{2}=\begin{cases} z_1=3 \\ z_2=2 \end{cases}$

$\begin{cases} x_1=3 \\ y_1=2 \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=2 \\ y_2=3 \end{cases}$

② $f(-1)+f(0)+5f(1)=5+1+5\cdot5^{-1}=6+5\cdot\frac{1}{5}=6+1=\underline{\underline{7}}$

③ $3+2\sqrt{2}=1+2\sqrt{2}+2=1^2+2\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2=(1+\sqrt{2})^2$

$(1+\sqrt{2})^{2x}=(1+\sqrt{2})^2 \Rightarrow 2x=2 \Rightarrow \underline{\underline{x=1}}$

④ $C_6^2=\frac{6\cdot5}{1\cdot2}=15$ (submulțimi cu 2 elemente)

⑤ $\begin{cases} x_M=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{2+4}{2}=3 \\ y_M=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{1-3}{2}=-1 \end{cases}$ $M\underline{(3;-1)}$

⑥ $\cos(180^\circ-x)=-\cos x=-\underline{\underline{\frac{1}{3}}}$

V. 087

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine termenul al patrulea al unei progresii aritmetice, știind că primul termen este 2 și rația este 3.

5p 2. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât ecuația $x^2-x+m=0$ să admită soluții de semne contrare.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\left(x^2-x-2\right)-\log_2(2x-4)=1$.

5p 4. Să se rezolve ecuația $C_n^1+A_n^2=4$, $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$.

5p 5. Să se determine aria unui triunghi ABC, știind că $AB=AC=2$ și $m(\sphericalangle A)=30^\circ$.

5p 6. Să se calculeze $2\sin^2 135^\circ$.

① $a_n=a_1+(n-1)r$; $\quad a_4=a_1+3r=2+3\cdot 3=\underline{\underline{11}}$

② $\left.\begin{array}{l} x_1<0 \\ x_2>0 \end{array}\right\} \Rightarrow x_1x_2<0 \Rightarrow \begin{cases}\Delta>0\\ P<0\end{cases}$

$\Delta=1-4m$; $\quad P=\frac{c}{a}=m \quad \begin{cases}1-4m>0\\ m<0\end{cases} \Leftrightarrow \underline{\underline{m\in(-\infty,0)}}$

③ C.E. $\begin{cases}x^2-x-2>0\\ 2x-4>0\end{cases} \quad \Delta=9;\ x_{1,2}=\frac{1\pm3}{2} = \begin{array}{l} x_1=-1\\ x_2=2\end{array}$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
x^2-x-2		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\begin{cases}x\in(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)\\ x>2\end{cases} \Leftrightarrow x\in(2,+\infty)$

$\log_2(x^2-x-2)=\log_2(2x-4)+\log_2 2$

$x^2-x-2=2(2x-4)$; $\quad x^2-5x+6=0$; $\quad \Delta=25-24=1$

$x_{1,2}=\frac{5\pm1}{2} = \begin{array}{l}x_1=3\\ x_2=2, \text{ nu convine}\end{array} \qquad \underline{x=3} \text{ soluție}$

④ $C_n^1=n$; $\quad A_n^2=n(n-1) \qquad n+n(n-1)=4$

$n+n^2-n=4 \Rightarrow n^2=4 \Rightarrow \underline{\underline{n=2}}$

⑤ $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC\cdot \sin A}{2}=\frac{2\cdot 2\cdot \sin 30^\circ}{2}=2\cdot\frac{1}{2}=\underline{\underline{1}}$

⑥ $2\sin^2 135^\circ=2\sin^2(180^\circ-135^\circ)=2\sin^2 45^\circ=2\cdot\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^2=\underline{\underline{1}}$

V. 088

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine rația unei progresii aritmetice în care primul termen este 10 și al patrulea termen este 19.

5p **2.** Să se determine valoarea minimă a funcției $f:[-2,1]\to\mathbb{R},\ f(x)=-x+1$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg^2 x-3\lg x+2=0$.

5p **4.** Să se determine prețul inițial al unui produs care, după o scumpire cu 15 %, costă 460 lei.

5p **5.** Să se determine coordonatele punctului M, mijlocul segmentului AB, știind că $\overrightarrow{OA}=3\vec{i}+4\vec{j}$ și $\overrightarrow{OB}=7\vec{i}+2\vec{j}$.

5p **6.** Să se calculeze $\sin 100^\circ+\cos 100^\circ-\sin 80^\circ+\cos 80^\circ$.

(1) $a_n=a_1+(n-1)r$; $a_4=a_1+3r$; $10+3r=19 \Rightarrow \underline{r=3}$

(2) $f(x)=-x+1$; $a=-1<0 \Rightarrow f$ strict descrescătoare

x	-2	1
$f(x)$	$3 \searrow$	0

$f(1)=0$ – valoarea minimă

(3) $x>0$; $\lg x=y$; $y^2-3y+2=0$; $\Delta=9-8=1$

$y_{1,2}=\dfrac{3\pm1}{2}$: $y_1=1 \Rightarrow \lg x=1 \Rightarrow x_1=\underline{10}$; $y_2=2 \Rightarrow \lg x=2 \Rightarrow x_2=\underline{10^2=100}$

(4) $x+\dfrac{15x}{100}=460$; $\overset{20)}{x}+\dfrac{3x}{20}=\overset{20)}{460}$; $23x=9200$; $\underline{x=400\text{ lei}}$

(5) $\overrightarrow{OA}=3\vec{i}+4\vec{j} \Rightarrow A(3;4)$

$\overrightarrow{OB}=7\vec{i}+2\vec{j} \Rightarrow B(7;2)$

$$\begin{cases} x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{3+7}{2}=5 \\ y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2}=\dfrac{4+2}{2}=3 \end{cases} \qquad \underline{M(5;3)}$$

(6) $\sin(180^\circ-x)=\sin x$; $\cos(180^\circ-x)=-\cos x$

$\sin 100^\circ+\cos 100^\circ-\sin 80^\circ+\cos 80^\circ=$

$=\sin(180^\circ-100^\circ)-\cos(180^\circ-100^\circ)-\sin 80^\circ+\cos 80^\circ=$

$=\sin 80^\circ-\cos 80^\circ-\sin 80^\circ+\cos 80^\circ=\underline{0}$

V. 089

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze suma $1+2+2^2+\ldots+2^6$.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $(x^2-1)(x+1)\geq 0$.

5p **3.** Să se arate că produsul soluțiilor reale ale ecuației $mx^2-2009x-m=0$ este constant, oricare ar fi $m\in\mathbb{R}^*$.

5p **4.** Să se rezolve ecuația $C_n^0+C_n^1=8,\ n\in\mathbb{N}^*$.

5p **5.** Se consideră paralelogramul $ABCD$ și punctul O, intersecția diagonalelor. Să se demonstreze că $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{DO}=\overrightarrow{DC}$.

5p **6.** Să se calculeze $\lg(\text{tg}40°)\cdot\lg(\text{tg}41°)\cdot\ldots\cdot\lg(\text{tg}45°)$.

① $\div\ 1;2;2^2;\ldots;2^6$ $\quad b_1=1;\ q=2;\ b_n=2^6$

$b_n=b_1q^{n-1}$; $\quad 1\cdot 2^{n-1}=2^6 \Rightarrow n-1=6\Rightarrow n=7$

$S_n=\dfrac{b_1(q^n-1)}{q-1}$; $\quad S_7=\dfrac{1(2^7-1)}{2-1}=2^7-1=128-1=\underline{\underline{127}}$

② $x^2-1=0\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x_{1,2}=\pm1$; $\quad x+1=0\Rightarrow x=-1$

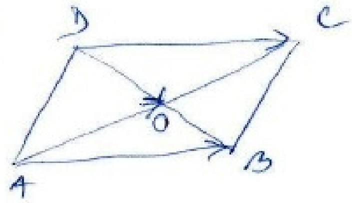
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
x^2-1		$+$	0	$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
$(x^2-1)(x+1)$		$-$	0	$+$	0	$+$	$+$

$x\in[1,+\infty)\cup\{-1\}$

③ $\Delta=2009^2+4m^2>0,\ \forall m\in\mathbb{R}^*\Rightarrow x_{1,2}\in\mathbb{R},\ \forall m\in\mathbb{R}^*$

$x_1x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{-m}{m}=-1$ - const, $\forall m\in\mathbb{R}^*$

④ $C_n^0=1;\ C_n^1=n$; $\quad 1+n=8\Rightarrow \underline{n=7}$

⑤ 

$\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{DO}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

⑥ $\lg(\text{tg}40°)\cdot\lg(\text{tg}41°)\ldots\underbrace{\lg(\text{tg}45°)}_{0}=0$

$\text{tg}45°=1;\ \lg1=0$

V. 090

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării
Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze suma $S = 1 + 5 + 9 + ... + 25$.

5p 2. Să se determine mulţimea $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 + x - 2 < 0\}$.

5p 3. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+1} \cdot 2^x = 108$.

5p 4. Să se determine câte numere de trei cifre se pot scrie folosind doar elemente din mulţimea $\{1, 2\}$.

5p 5. Fie punctele distincte A, B, C, D, nu toate coliniare. Ştiind că $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$, să se demonstreze că patrulaterul $ABCD$ este paralelogram.

5p 6. Să se calculeze $\sin A$ în triunghiul ABC, ştiind că $BC = 10$, iar lungimea razei cercului circumscris triunghiului este egală cu 10.

(1) $\div 1, 5, 9, \dots, 25$ $\quad a_1 = 1;\ r = 4;\ a_n = 25$

$a_n = a_1 + (n-1)r$ $\quad 1 + (n-1)\cdot 4 = 25;\ n-1 = 6;\ n = 7$

$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2};\quad S = S_7 = \frac{7(1+25)}{2} = 7 \cdot 13 = 91$

(2) $\Delta = 1 + 8 = 9;\quad x_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
x^2+x-2		$+$	0	$-$	0	$+$	

$x \in (-2, 1) \cap \mathbb{Z}$ $\quad x \in \{-1, 0\}$ $\quad A = \{-1, 0\}$

(3) $3 \cdot 3^x \cdot 2^x = 108;\quad 3 \cdot (3 \cdot 2)^x = 108 \mid :3;\quad 6^x = 36;\ 6^x = 6^2 \Rightarrow x = 2$

(4) 111; 222; 112; 121; 211; 221; 212; 122 – 8 numere

(5) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel DC \\ \text{şi} \\ AB = DC \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow ABCD$ - paralelogram

(6) $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow \sin A = \frac{BC}{2R};\quad \sin A = \frac{10}{2 \cdot 10};\quad \sin A = \frac{1}{2}$

V. 091

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine numărul elementelor mulțimii $A=\{1,4,7,\ldots,40\}$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2^x$. Să se calculeze $f(-3)\cdot f(-2)\cdot\ldots\cdot f(3)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\sqrt[3]{x}=1$.

5p **4.** Să se determine câte numere de trei cifre distincte se pot forma cu ajutorul cifrelor din mulțimea $\{1,2,3\}$.

5p **5.** Să se determine $a,b\in\mathbb{R}$, știind că punctele $A(a,b)$ și $B(a-1,4)$ aparțin dreptei de ecuație $x+y-5=0$.

5p **6.** Să se calculeze produsul $(\cos1^\circ-\cos9^\circ)\cdot(\cos2^\circ-\cos8^\circ)\cdot\ldots\cdot(\cos9^\circ-\cos1^\circ)$.

① $\div\ 1, 4, 7, \ldots, 40$

$a_1=1;\ r=4-1=3;\quad a_n=40;\quad a_n=a_1+(n-1)r$

$1+(n-1)\cdot3=40;\quad 1+3n-3=40;\ 3n=42;\ n=14$

14 elemente

② $f(-3)\cdot f(-2)\ldots f(3)=2^{-3}\cdot2^{-2}\cdot2^{-1}\cdot2^0\cdot2^1\cdot2^2\cdot2^3=$

$=\frac{1}{2^3}\cdot\frac{1}{2^2}\cdot\frac{1}{2}\cdot1\cdot2\cdot2^2\cdot2^3=\underline{1}$

③ $x>0;\quad \log_2\sqrt[3]{x}=\log_2 2;\quad \sqrt[3]{x}=2 \Rightarrow x=2^3;\ \underline{x=8}$

④ $P_3=3!=1\cdot2\cdot3=6$ (numere)

⑤ $A(a,b)\in d \Rightarrow a+b-5=0$

$B(a-1,4)\in d \Rightarrow a-1+4-5=0$

$\begin{cases}a+b=5\\a=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\b=3\end{cases}$

⑥ $(\cos1^\circ-\cos9^\circ)(\cos2^\circ-\cos8^\circ)\ldots\underbrace{(\cos5^\circ-\cos5^\circ)}_{0}\ldots(\cos9^\circ-\cos1^\circ)=0$

V.092

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării

Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze produsul primilor trei termeni ai unei progresii geometrice, care are primul termen $\sqrt{2}$ și rația egală cu $-\sqrt{2}$.

5p 2. Se consideră funcțiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^2-4x+1$, $g(x)=2x-1$. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $f(x)+2g(x)=-1$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x}+2\cdot 3^x-3=0$.

5p 4. Să se calculeze $3!-C_4^2$.

5p 5. Să se calculeze distanța de la punctul $A(-6,8)$ la originea reperului cartezian xOy.

5p 6. Să se demonstreze că, dacă triunghiul ABC este dreptunghic în A, atunci are loc relația $\sin B+\cos B=\dfrac{AB+AC}{BC}$.

(1) $b_1=\sqrt{2}$; $b_2=b_1\cdot q=\sqrt{2}(-\sqrt{2})=-2$; $b_3=b_2 q=-2(-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$

$b_1 b_2 b_3=\sqrt{2}\cdot(-2)\cdot(2\sqrt{2})=\underline{\underline{-8}}$

(2) $4x^2-4x+1+2(2x-1)=-1$

$4x^2-4x+1+4x-2+1=0 \Leftrightarrow 4x^2=0 \Rightarrow \underline{\underline{x_1=x_2=0}}$

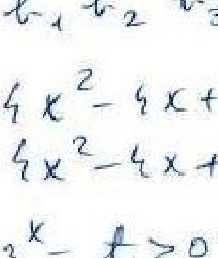
(3) $3^x=t>0$; $t^2+2t-3=0$; $\Delta=4+12=16$

$t_{1,2}=\dfrac{-2\pm 4}{2}=\left\langle \begin{array}{l} t_1=1 \\ t_2=-3<0, \text{ nu convine} \end{array}\right.$ $\qquad 3^x=1 \Rightarrow \underline{\underline{x=0}}$

(4) $C_4^2=\dfrac{4\cdot 3}{1\cdot 2}=6$; $3!-C_4^2=1\cdot 2\cdot 3-6=\underline{\underline{0}}$

(5) $AO=\sqrt{(-6-0)^2+(8-0)^2}=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=\underline{\underline{10}}$

(6)



$\sin B=\dfrac{AC}{BC}$; $\cos B=\dfrac{AB}{BC}$

$\sin B+\cos B=\dfrac{AC}{BC}+\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{AC+AB}{BC}$

V. 093

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării
Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-3x+2$. Să se calculeze produsul $f(-2)\cdot f(-1)\cdot f(0)\cdot f(1)\cdot f(2)$.

5p 2. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât minimul funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+mx+2$ să fie egal cu -2.

5p 3. Să se rezolve ecuaţia $2^{\log_2 x}=4$.

5p 4. Să se rezolve ecuaţia $C_{n+2}^1+\frac{(n+2)!}{(n+1)!}=n^2+5, n\in\mathbb{N}$.

5p 5. Ştiind că punctele B şi C sunt simetricele punctului $A(2,3)$ faţă de axele Ox, respectiv Oy, să se calculeze lungimea segmentului BC.

5p 6. Să se calculeze lungimea laturii BC a triunghiului ABC, ştiind că $\sin A=\frac{1}{2}$ şi că lungimea razei cercului circumscris triunghiului este egală cu 4.

① $f(1)=1-3+2=0$

$f(-2)\cdot f(-1)\cdot f(0)\cdot f(1)\cdot f(2)=0$

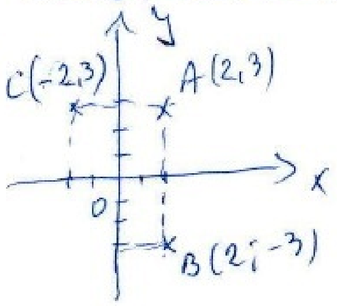
② $y_{min}=-\frac{\Delta}{4a}$; $\Delta=m^2-8$; $-\frac{m^2-8}{4}=-2$; $-m^2+8=-8$

$m^2=16 \Rightarrow m_{1,2}=\pm 4$

③ $x>0$; $2^{\log_2 x}=2^2$; $\log_2 x=2 \Rightarrow x=2^2$; $x=4$

④ $C_{n+2}^1=n+2$; $n+2+\frac{(n+1)!(n+2)}{(n+1)!}=n^2+5$

$n+2+n+2=n^2+5$; $n^2-2n+1=0$; $(n-1)^2=0 \Rightarrow n=1$

⑤ 

$B(+2;-3)$; $C(-2;3)$

$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(-2-2)^2+(+3+3)^2}=$

$=\sqrt{16+36}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

⑥ $\frac{BC}{2\sin A}=R \Rightarrow BC=2R\sin A$; $BC=2\cdot 4\cdot\frac{1}{2}$; $BC=4$

V.094

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Se consideră numărul $a = \log_2 3$. Să se arate că $\log_2 18 = 2a + 1$.

5p **2.** Să se determine funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = ax + b$, cu a și b numere reale, pentru care $f(1) + f(2) + f(3) = 6a + 2b$ și $f(4) = 8$.

5p **3.** Să se determine coordonatele punctelor de intersecție cu axele de coordonate a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x) = 2^{x+3} - 2$.

X 5p **4.** Prețul unui produs este de 5400 lei. Cu ce procent trebuie ieftinit prețul produsului pentru ca acesta să coste 4860 lei?

5p **5.** Se consideră dreptele distincte $d_1: ax + 2y = 2$ și $d_2: 8x + ay = 4$. Să se determine valorile parametrului real a astfel încât dreptele d_1 și d_2 să fie paralele.

5p **6.** Să se calculeze lungimea medianei duse din vârful A al triunghiului ABC știind că $A(2,3)$, $B(2,0)$ și $C(0,2)$.

① $\log_2 18 = \log_2(2\cdot 9) = \log_2 2 + \log_2 3^2 = 1 + 2\log_2 3 = 2a+1$

② $\begin{cases} \cancel{a}+b+\cancel{2a}+b+\cancel{3a}+b = \cancel{6a}+2b \\ 4a+b=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3b = 2b \\ 4a+b=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ a=2 \end{cases}$

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x) = 2x$

③ $G_f \cap Oy = \{(0,6)\}$

$x=0$
$y = f(0) = 2^3 - 2 = 8-2 = 6$

$G_f \cap Ox = \{(-2;0)\}$.
$y = 0 \Rightarrow 2^{x+3} - 2 = 0 \Rightarrow 2^{x+3} = 2$
$x+3 = 1 \Rightarrow x = -2$

④ $5400 - \frac{5400\cdot p}{100} = 4860$; $5400 - 54p = 4860$; $54p = 540$
$p\% = 10\%$

⑤ $d_1 \parallel d_2 \Rightarrow m_1 = m_2$
$m_1 = -\frac{a_1}{b_1} = -\frac{a}{2}$; $m_2 = -\frac{a_2}{b_2} = -\frac{8}{a}$
$m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{8}{a} \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a_{1,2} = \pm 4$

⑥ $M \in [BC]$; $BM = MC$; $x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{2+0}{2} = 1$; $y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{0+2}{2} = 1$

$M(1,1)$; $AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \sqrt{(1-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{5}$

V 095

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se demonstreze că $(1+\sqrt{2})^2+(1-\sqrt{2})^2$ este un număr natural.

5p 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2-4x+3$. Să se demonstreze că $f(x)\geq -1$, oricare ar fi numărul real x.

5p 3. Să se rezolve sistemul $\begin{cases}2x+2y=16\\ xy=12\end{cases}$, unde $x,y\in\mathbb{R}$.

5p 4. Să se rezolve ecuația $\frac{n!}{12}=(n-2)!$, $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$.

5p 5. Se consideră reperul cartezian xOy și punctele $A(1,-1)$ și $B(3,5)$. Să se determine coordonatele punctului C din plan astfel încât $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}$.

5p 6. Să se calculeze $\cos A$ în triunghiul ABC, știind că $AB=2$, $BC=3$ și $AC=4$.

① $(1+\sqrt{2})^2+(1-\sqrt{2})^2=1+2\sqrt{2}+2+1-2\sqrt{2}+2=6\in\mathbb{N}$

② $x^2-4x+3\geq -1$; $x^2-4x+4\geq 0$; $(x-2)^2\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$
$\Rightarrow f(x)\geq -1,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

③ $\begin{cases}2(x+y)=16\\ xy=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=8\\ xy=12\end{cases}$ $\begin{cases}S=8\\ P=12\end{cases}$ $z^2-Sz+P=0$

$z^2-8z+12=0$; $\Delta=64-48=16$; $z_{1,2}=\frac{8\pm4}{2}=\begin{cases}z_1=6\\ z_2=2\end{cases}$

$\begin{cases}x_1=6\\ y_1=2\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=2\\ y_2=6\end{cases}$

④ $\frac{n!}{12}=(n-2)!$; $n\in\mathbb{N}$; $n\geq 2$

$\frac{(n-2)!(n-1)n}{12}=(n-2)!\ \big|:(n-2)!$

$\frac{n(n-1)}{12}=\frac{12}{1}$; $n^2-n-12=0$; $\Delta=1+48=49$

$n_{1,2}=\frac{1\pm7}{2}=\begin{cases}n_1=4\\ n_2=-3\notin\mathbb{N},\ \text{nu convine}\end{cases}$ $\underline{n=4}$

⑤ $\overrightarrow{OA}=x_A\vec{i}+y_A\vec{j}=\vec{i}-\vec{j}$; $\overrightarrow{OB}=x_B\vec{i}+y_B\vec{j}=3\vec{i}+5\vec{j}$

$\overrightarrow{OC}=\vec{i}-\vec{j}+3\vec{i}+5\vec{j}=4\vec{i}+4\vec{j}$; $\underline{C(4,4)}$

⑥ $\cos A=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB\cdot AC}=\frac{4+16-9}{2\cdot2\cdot4}=\frac{11}{16}$

V 096

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării

Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine numărul real x știind că numerele $x-1, 2x-2$ și $x+3$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p 2. Să se determine numărul real m astfel încât soluțiile ecuației $x^2 - mx - 1 = 0$ să fie numere reale opuse.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{x-2}$.

5p 4. Să se calculeze $C_{10}^9 - C_9^8$.

5p 5. Să se determine numărul real m pentru care punctele $A(2,4), B(3,3)$ și $C(m,5)$ sunt coliniare.

5p 6. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC, cu $m(\sphericalangle A) = 90°$ și $\cos B = \frac{3}{5}$. Să se calculeze $\sin C$.

(1) $\div\ x-1;\ 2x-2;\ x+3 \iff 2(2x-2) = (x-1)+(x+3)$

$4x-4 = x-1+x+3;\quad 2x = 6;\quad \underline{x=3}$

(2) $\begin{cases}\Delta \geq 0 \\ x_1 = -x_2\end{cases}$ $\quad \Delta = m^2+4$ $\quad S = x_1+x_2 = -\frac{b}{a} = m$

$\begin{cases}\Delta \geq 0 \\ S = 0\end{cases} \iff \begin{cases}m^2+4 \geq 0 \\ m = 0\end{cases} \iff \underline{m=0}$

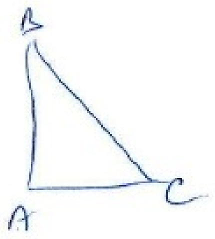
(3) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{x-2};\quad 2^{-x} = 2^{x-2} \iff -x = x-2 \implies \underline{x=1}$

(4) $C_{10}^9 - C_9^8 = C_{10}^{10-9} - C_9^{9-8} = C_{10}^1 - C_9^1 = 10-9 = \underline{1}$

(5) $\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0 \qquad \begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ m & 5 & 1 \end{vmatrix} = 0;$

$6+4m+15-3m-10-12 = 0;\quad \underline{m=1}$

(6)



$m(\hat{A}) = 90° \implies m(\hat{B}+\hat{C}) = 90° \implies m(\hat{C}) = 90° - m(\hat{B})$

$\sin C = \sin(90° - B) = \cos B = \underline{\frac{3}{5}}$

V 097

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine numărul real x știind că numerele $x-1, x+1$ și $2x+5$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p 2. Să se determine parametrul real m astfel încât soluțiile reale ale ecuației $x^2-3x+m=0$ să fie inverse una alteia.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg^2 x - 4\lg x + 3 = 0$.

5p 4. După o reducere a prețului cu 15 % un produs costă 680 lei. Să se calculeze prețul inițial al produsului.

5p 5. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care distanța dintre punctele $A(2,m)$ și $B(-m,-2)$ este egală cu $4\sqrt{2}$.

5p 6. Știind că triunghiul ABC are $BC=10, AC=5$ și $AB=5\sqrt{3}$, să se calculeze $\cos A$.

(1) $\div\ x-1;\ x+1;\ 2x+5 \iff (x-1)+(2x+5)=2(x+1)$

$x-1+\cancel{2}x+5=\cancel{2}x+2;\quad x=-2$

(2) $x_1=\frac{1}{x_2} \Rightarrow x_1\cdot x_2=1 \qquad P=x_1x_2=\frac{c}{a}=m$

$x_1x_2=1 \Rightarrow m=1$

(3) $x>0;\ \lg x=t;\ t^2-4t+3=0;\ \Delta=16-12=4$

$t_{1,2}=\frac{4\pm 2}{2}= \begin{cases} t_1=1 \Rightarrow \lg x=1 \Rightarrow x_1=10 \\ t_2=3 \Rightarrow \lg x=3 \Rightarrow x_2=10^3=1000 \end{cases}$

(4) $x-\frac{15x}{100}=680;\ {}^{20)}x-\frac{3x}{20}={}^{20)}680;\ 20x-3x=20\cdot 680$

$17x=20\cdot 680 \,|:17 \qquad x=800 \text{ lei}$

(5) $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2};\ \sqrt{(-m-2)^2+(-2-m)^2}=4\sqrt{2}$

$2(-m-2)^2=(4\sqrt{2})^2;\ (-m-2)^2=16; \Rightarrow -m-2=\pm 4.$

$-m-2=-4 \Rightarrow m_1=2$

$-m-2=4 \Rightarrow m_2=-6.$

$\begin{cases} m_1=2 \\ m_2=-6 \end{cases}$

(6) $\cos A=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB\cdot AC}=\frac{75+25-100}{2\cdot 5\sqrt{3}\cdot 5}=0;\ \cos A=0$

V098

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării

Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că $\log_3 24 = 1 + 3a$, unde $a = \log_3 2$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $g(x) = bx + a$, unde a și b sunt numere reale. Să se arate că dacă $f(-1) = g(-1)$, atunci $f = g$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $4^{x-1} = \frac{1}{4}$.

5p **4.** Să se determine numărul natural nenul n astfel încât numărul submulțimilor cu două elemente ale unei mulțimi cu n elemente să fie egal cu 6.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul $A(3,0)$ și intersectează axa Oy în punctul de ordonată 4.

5p **6.** Să se determine lungimea înălțimii duse din vârful O al triunghiului MON, unde $M(4,0)$, $N(0,3)$ și $O(0,0)$.

① $\log_3 24 = \log_3(3\cdot 8) = \log_3 3 + \log_3 8 = 1 + \log_3 2^3 = 1 + 3\log_3 2 = \underline{1+3a}$

② $f(-1) = -a + b$ $\quad f(-1) = g(-1) \Rightarrow -a+b = -b+a \Rightarrow 2a = 2b \Rightarrow a = b$

$g(-1) = -b + a$ $\quad \left.\begin{array}{l} f(x) = ax + a \\ g(x) = ax + a \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{f = g}$

③ $2^{2(x-1)} = 2^{-2}$; $\quad 2x - 2 = -2 \Rightarrow \underline{x = 0}$

④ $C_n^2 = 6$; $\begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 2 \end{cases}$ $\quad \frac{n(n-1)}{2} = 6$; $\quad n^2 - n - 12 = 0$

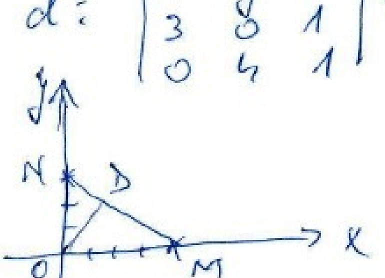
$\Delta = 1 + 48 = 49$; $\quad n_{1,2} = \frac{1 \pm 7}{2} = \begin{cases} n_1 = 4 \\ n_2 = -3 \notin \mathbb{N}, \text{ nu convine} \end{cases}$

$\underline{n = 4}$

⑤ $d \cap Oy = \{(0,4)\}$

$d: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0$; $\quad d: \underline{4x + 3y - 12 = 0}$

⑥



$OD \perp MN$; $\quad OD = \frac{ON \cdot OM}{MN}$

$ON = 3$; $OM = 4$; $\quad MN = \sqrt{9 + 16} = 5$ (T.P.)

$OD = \frac{3 \cdot 4}{5}$; $\quad \underline{OD = \frac{12}{5}}$

V 099

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine mulțimea $A=\{x\in\mathbb{N}\mid 2x+1\geq 3x-1\}$.

5p 2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\log_2 x$. Să se calculeze $f(1)+f(4)-f(2)$.

5p 3. Să se determine $m\in\mathbb{R}^*$ astfel încât soluțiile reale ale ecuației $x^2-3x+m=0$ să aibă semne opuse.

5p 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un element n din mulțimea $\{2,3,4,5\}$, acesta să verifice egalitatea $2^n=n^2$.

5p 5. Să se determine valorile reale ale lui m astfel încât punctele $A(1,3)$, $B(2,5)$ și $C(3,m)$ să fie coliniare.

5p 6. Să se determine coordonatele punctului B știind că punctul $C(3,5)$ este mijlocul segmentului AB, unde $A(2,4)$.

① $\begin{cases}2x+1\geq 3x-1\\ x\in\mathbb{N}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-x\geq -2\\ x\in\mathbb{N}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\leq 2\\ x\in\mathbb{N}\end{cases} \Rightarrow x\in\{0,1,2\}$; $\underline{A=\{0,1,2\}}$

② $f(1)=\log_2 1=0$; $f(4)=\log_2 4=2$; $f(2)=\log_2 2=1$

$f(1)+f(4)-f(2)=0+2-1=\underline{1}$

③ $\begin{cases}x_1<0\\ x_2>0\end{cases} \Rightarrow P<0$ $\quad P=\frac{c}{a}=\frac{m}{1}$; $m<0$; $\underline{m\in(-\infty,0)}$

④ 4 cazuri posibile $\quad \left.\begin{array}{l}2^2=2^2 \text{ adev}\\ 2^3=3^2 \text{ fals}\\ 2^4=4^2 \text{ adev}\\ 2^5=5^2 \text{ fals}\end{array}\right\} \Rightarrow$ 2 cazuri favorabile

$P=\frac{2}{4}=\underline{\frac{1}{2}}$

⑤ $\begin{vmatrix}1&3&1\\2&5&1\\3&m&1\end{vmatrix}=0$; $5+9+2m-15-m-6=0$; $\underline{m=7}$

⑥ $\begin{cases}x_C=\dfrac{x_A+x_B}{2}\\ y_C=\dfrac{y_A+y_B}{2}\end{cases}$ $\quad \begin{cases}\dfrac{2+x_B}{2}=3 \Rightarrow 2+x_B=6 \Rightarrow x_B=4\\ \dfrac{4+y_B}{2}=5 \Rightarrow 4+y_B=10 \Rightarrow y_B=6.\end{cases}$

$\underline{B(4,6)}$

V. 100

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării
Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se determine produsul primilor trei termeni ai unei progresii geometrice ştiind că primul termen este egal cu 1 şi raţia este egală cu -2.

5p 2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=2^x+\log_3 x$. Să se calculeze $f(1)+f(3)$.

5p 3. Să se determine coordonatele vârfului parabolei asociate funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=4x^2-12x+9$.

5p 4. Să se calculeze $C_5^0+C_5^1-2A_5^1$.

5p 5. În reperul cartezian xOy, se consideră punctele $A(3,2)$, $B(2,3)$ şi M mijlocul segmentului AB. Să se determine lungimea segmentului OM.

5p 6. Să se calculeze raza cercului circumscris triunghiului ABC, ştiind că $BC=4$ şi măsura unghiului A este de 30°.

(1) $b_1=1;\ b_2=b_1q=1\cdot(-2)=-2;\ b_3=b_2q=(-2)\cdot(-2)=4;\ b_1b_2b_3=1\cdot(-2)\cdot4=\underline{\underline{-8}}$

(2) $f(1)=2^1+\log_3 1=2+0=2;\ f(3)=2^3+\log_3 3=8+1=9$

$f(1)+f(3)=2+9=\underline{\underline{11}}$

(3) $f(x)=4x^2-12x+9$

$V\left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)\qquad \Delta=b^2-4ac=144-4\cdot4\cdot9=144-144=0$

$a=4>0\Rightarrow f$ admite un minim

$x_{min}=-\frac{b}{2a}=\frac{12}{2\cdot4}=\frac{3}{2};\quad y_{min}=-\frac{\Delta}{4a}=0;\quad \underline{\underline{V\left(\frac{3}{2};0\right)}}$

(4) $C_5^0+C_5^1-2A_5^1=1+5-2\cdot5=6-10=\underline{\underline{-4}}$

(5) $x_M=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{3+2}{2}=\frac{5}{2};\ y_M=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{2+3}{2}=\frac{5}{2}$

$M\left(\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right);\quad OM=\sqrt{(x_M-x_O)^2+(y_M-y_O)^2}=\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2}=\underline{\underline{\frac{5}{2}\sqrt{2}}}$

(6) $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$

$\frac{4}{\sin 30^\circ}=2R;\quad \frac{4}{\frac{1}{2}}=2R\Rightarrow 2R=8\Rightarrow \underline{\underline{R=4}}$